

# 2026年度制御工学

2026年5月27日

本資料には不特定多数者には配布が禁止されている著作権で保護された映像、資料を許された範囲で引用している。

本講義の受講者、および、特にクルモフが許可した者以外への配布は犯罪に問われるので強く禁止する。

## 2026年度 講義予定 -シラバス通り-

| 回  | 開講   | 内容                   | 教科書             |
|----|------|----------------------|-----------------|
| 1  | 4/15 | 復習、講義の予定、制御系の性能      |                 |
| 2  | 4/22 | 状態方程式とシステム応答         | 1章              |
| 3  | 5/09 | 行列論                  | 2章              |
| 4  | 5/13 | 線形時不変システムと状態推移行列     | 3.1～3.2         |
| 5  | 5/20 | 線形時不変システムの安定性        | 3.3             |
| 6  | 5/27 | 等価変換                 | 4.2、4.3         |
| 7  | 6/03 | 可制御正準形式、可観測正準形式とその応用 | 4.1、4.3.2、4.3.3 |
| 8  | 6/10 | 中間試験1                | 1章～4章           |
| 9  | 6/17 | レギュレータの設計            | 5.1             |
| 10 | 6/24 | 同一次元オブザーバの設計         | 5.2             |
| 11 | 7/01 | 定常偏差とシステムの型          | 6.1             |
| 12 | 7/08 | 中間試験2                | 6.2             |
| 13 | 7/15 | サーボシステムの設計(その1)      | 6.2             |
| 14 | 7/22 | サーボシステムの設計(その2)      | 7.1             |
| 15 | 7/29 | 最適レギュレータの設計          | プリント            |
| 16 | 8/05 | 演習                   | 1章～7章           |

## 講義予定

- 状態方程式の復習
- 推移行列求め方の復習
- 可制御性、可観測性

## 可制御性、可観測性

教科書86ページ

|        |                                                |
|--------|------------------------------------------------|
| 状態方程式： | $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$ |
| 出力方程式： | $\vec{y}(t) = C\vec{x}(t)$                     |

**可制御：**入力  $\vec{u}(t)$  により、有限時間で制御系の状態  $\vec{x}(0)$  から任意の状態  $\vec{x}_1(t)$  へ制御できること

**可観測：**出力  $\vec{y}(t)$  から制御系の現在の状態（ $\vec{x}(0)$ を含む）唯一に決定できること

# 可制御、可観測の判定 (必要十分条件)

入力変数:  $\vec{u}(t) = [u_1(t) \ u_2(t) \ \cdots \ u_m(t)]^T$

出力変数:  $\vec{y}(t) = [y_1(t) \ y_2(t) \ \cdots \ y_l(t)]^T$

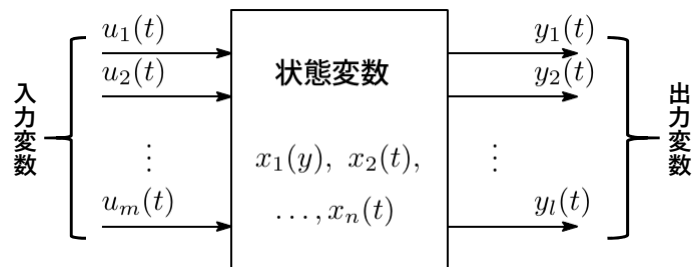
状態変数:  $\vec{x}(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \cdots \ x_n(t)]^T$

**可制御:** 合成行列

$$U_c = [B \ AB \ A^2B \ \cdots \ A^{n-1}B]$$

( $U_c [n \times nm]$ )

のランクが  $n$  であること。また、 $m = 1$  ( $B = \vec{b}$ ) のとき  $|U_c| \neq 0$  となる。



**可観測:** 合成行列

$$U_o = [C \ CA \ CA^2 \ \cdots \ CA^{n-1}]^T$$

( $U_o [nl \times n]$ )

のランクが  $n$  であること。また、 $l = 1$  ( $C = \vec{c}$ ) のとき  $|U_o| \neq 0$  となる。

## 可制御、可観測の判定 (例題)

多入出力システム、

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix}$$

において可制御性・可観測性を求めよ。

可制御判定:  $U_c = [B \ AB \ A^2B]$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$\text{rank}(U_c) = 3 \Rightarrow$  可制御

**計算を確認すること!**

$$U_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 2 & 3 & 1 \\ 0 & 3 & 1 \\ 0 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{rank}(U_o) = 3 \Rightarrow \text{可観測}$$

## 状態変数変換（座標変換）とシステムの等価性

$$\begin{array}{l} \text{状態方程式: } \dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t) \\ \text{出力方程式: } \vec{y}(t) = C\vec{x}(t) \end{array}$$

$$\vec{x}(t) = T\vec{z}(t) \rightarrow \vec{z}(t) = T^{-1}\vec{x}(t)$$

$T$ : 状態変換行列

$$\begin{array}{l} T\dot{\vec{z}}(t) = AT\vec{z}(t) + B\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) = CT\vec{z}(t) \end{array}$$

状態方程式に代入  
両辺に  $T^{-1}$  をかける

$$\begin{array}{l} \dot{\vec{z}}(t) = T^{-1}AT\vec{z}(t) + T^{-1}B\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) = CT\vec{z}(t) \\ \tilde{A} = T^{-1}AT, \tilde{B} = T^{-1}B, \tilde{C} = CT \text{ とし} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} \dot{\vec{z}}(t) = \tilde{A}\vec{z}(t) + \tilde{B}\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) = \tilde{C}\vec{z}(t) \end{array}$$

等価変換:

1.  $|sI - A| = |sI - \tilde{A}|$
2.  $C(sI - A)^{-1}B = \tilde{C}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}$
3.  $\text{rank}(U_c) = \text{rank}(\tilde{U}_c), \text{rank}(U_o) = \text{rank}(\tilde{U}_o)$

教科書94ページ

## 状態変数変換（座標変換）とシステムの等価性

等価変換の証明:

$$1. |sI - A| = |sI - \tilde{A}|$$

$$\text{証明: } |sI - \tilde{A}| = |T^{-1}(sI - A)T| = |T^{-1}||T||sI - A| = |sI - A|$$

$$2. C(sI - A)^{-1}B = \tilde{C}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B}$$

$$\text{証明: } \tilde{C}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{B} = CT [T^{-1}(sI - A)T]^{-1} T^{-1}B = C(sI - A)^{-1}B$$

$$3. \text{rank}(U_c) = \text{rank}(\tilde{U}_c), \text{rank}(U_o) = \text{rank}(\tilde{U}_o)$$

証明:

$$\tilde{U}_c = [\tilde{B} \quad \tilde{A}\tilde{B} \quad \cdots \quad \tilde{A}^{n-1}\tilde{B}]$$

$$\tilde{A}^i = T^{-1}ATT^{-1}ATT^{-1}AT \cdots T^{-1}AT = T^{-1}A^iT$$

$$\tilde{U}_c = [T^{-1}B \quad T^{-1}AT \cdot T^{-1}B \quad \cdots \quad T^{-1}A^{n-1}T \cdot T^{-1}B]$$

$$= T^{-1} [B \quad AB \quad \cdots \quad A^{n-1}B] = T^{-1}U_c$$

$$\text{よって、rank}(U_c) = \text{rank}(T^{-1}\tilde{U}_c)$$

$$\text{rank}(U_o) = \text{rank}(\tilde{U}_o)$$

の証明は省略

# 1入力1出力システムの正準形式とその応用

教科書96ページ

- 対角正準形式
- 可制御正準形式
- 可観測正準形式

## 対角正準形式

$$\text{状態方程式: } \dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$$

$$\text{出力方程式: } \vec{y}(t) = C\vec{x}(t)$$

$$\text{行列 } A \text{ の特性方程式 } |sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1 = 0$$

$$\text{根: } \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n$$

$$(\lambda_i I - A)\vec{v}_i = 0, \lambda_i \neq \lambda_j, \forall i, j \text{ において } \vec{v}_i \text{ が線形独立}$$

$$T = [\vec{v}_1 \ \vec{v}_2 \ \cdots \ \vec{v}_n] : \text{対角変換行列} \quad \vec{x}(t) = T\vec{z}(t) \rightarrow \vec{z}(t) = T^{-1}\vec{x}(t)$$

$$\dot{\vec{z}}(t) = T^{-1}AT\vec{z}(t) + T^{-1}B\vec{u}(t) \quad \tilde{A} = T^{-1}AT, \tilde{B} = T^{-1}B, \tilde{C} = CT \text{ とし}$$

$$\vec{y}(t) = CT\vec{z}(t)$$

$$\begin{cases} \dot{\vec{z}}(t) = \tilde{A}\vec{z}(t) + \tilde{B}\vec{u}(t) \\ \vec{y}(t) = \tilde{C}\vec{z}(t) \end{cases}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \lambda_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \lambda_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix} u$$

$$y = [\tilde{c}_1 \ \tilde{c}_2 \ \cdots \ \tilde{c}_n] \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_n \end{bmatrix}^T$$

# 対角正準形式

$n$  個の並列システム :

$$\begin{aligned}\dot{z}_i &= \lambda_i z_i + \tilde{b}_i u, \quad i = 1, \dots, n \\ y &= \tilde{c}_1 z_1 + \tilde{c}_2 z_2 + \dots + \tilde{c}_n z_n\end{aligned}$$

伝達関数 :

$$\begin{aligned}G(s) &= \frac{Y(s)}{U(s)} = \tilde{c}(sI - A)^{-1}\tilde{b} \\ &= \tilde{c}(sI - \tilde{A})^{-1}\tilde{b} \\ &= \sum_{i=1}^n \frac{\tilde{c}_i \tilde{b}_i}{s - \lambda_i}\end{aligned}$$

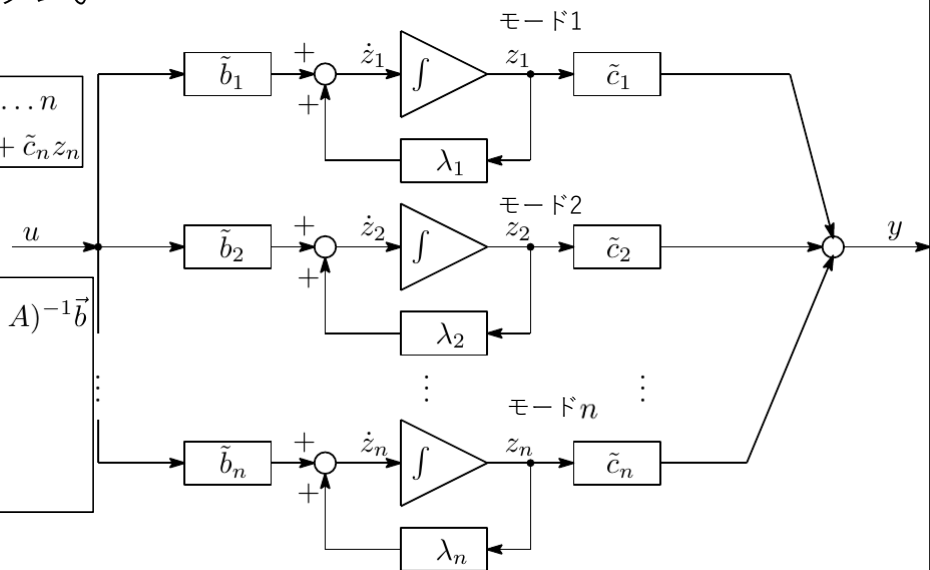


Figure 2: 対角正準システム

## 対角正準形式とモード解析

$\vec{u} \equiv 0$  のとき  $z_i(t) = e^{\lambda_i t} z_i(0)$

状態変数のモード展開 :

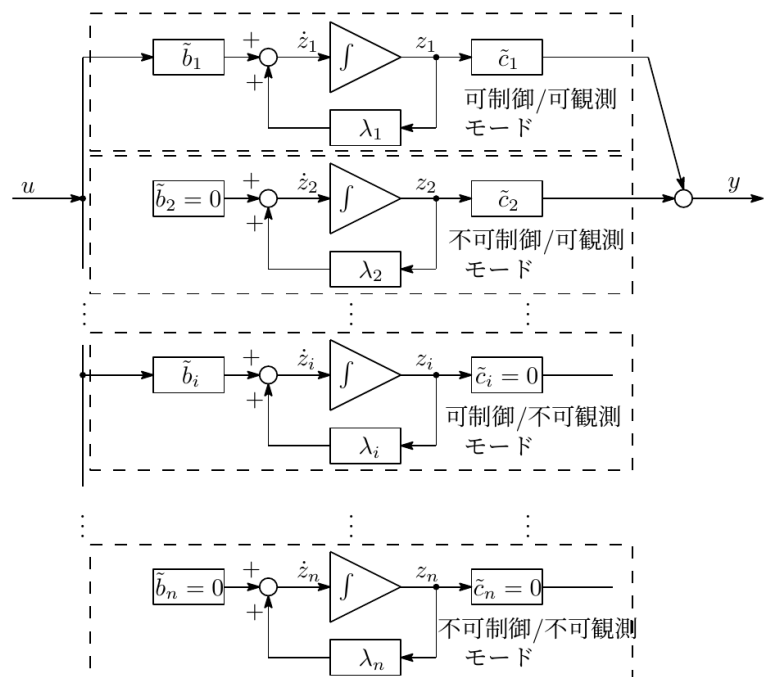
$$\vec{x}(t) = T\vec{z}(t) \Rightarrow$$

$$\vec{x}(t) = \vec{v}_1 e^{\lambda_1 t} z_1(t) + \vec{v}_2 e^{\lambda_2 t} z_2(t) + \dots + \vec{v}_n e^{\lambda_n t} z_n(t)$$

可制御性・可観測性の必要十分条件 :

**可制御 :**  $\tilde{b}_i \neq 0$

**可観測 :**  $\tilde{c}_i \neq 0, \quad \forall i$



## 可制御正準形式

$$\text{状態方程式: } \dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$$

$$\text{出力方程式: } \vec{y}(t) = C\vec{x}(t)$$

$$\text{行列 } A \text{ の特性方程式 } |sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1 = 0$$

$$\vec{x}(t) = T\vec{z}(t) \rightarrow \vec{z}(t) = T^{-1}\vec{x}(t) \quad T: \text{状態変換行列}$$

$$T = U_c W = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & \cdots & A^{n-1}\vec{b} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n & 1 \\ a_3 & a_4 & \cdots & a_n & 1 & 0 \\ a_4 & a_5 & \ddots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \\ a_n & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & \cdots \end{bmatrix}$$

## 可制御性準形式

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & \cdots & -a_n \end{bmatrix}; \quad \tilde{\vec{b}} = T^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\vec{c}} = \vec{c}T = [\tilde{c}_1 \quad \tilde{c}_2 \quad \cdots \quad \tilde{c}_n]$$

**可制御正準システム**

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \cdots & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \\ 0 & \cdots & \cdots & \cdots & 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 & -a_3 & \cdots & \cdots & -a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = [\tilde{c}_1 \quad \tilde{c}_2 \quad \cdots \quad \tilde{c}_n] \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_n \end{bmatrix}^T$$

## 可観測正準形

$$\text{状態方程式: } \dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$$

$$\text{出力方程式: } \vec{y}(t) = C\vec{x}(t)$$

$$\text{行列 } A \text{ の特性方程式 } |sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + a_{n-1} s^{n-2} + \cdots + a_2 s + a_1 = 0$$

$$\vec{z}(t) = S\vec{x}(t) \rightarrow \vec{x}(t) = S^{-1}\vec{z}(t)$$

$$S^{-1}\dot{\vec{z}}(t) = AS^{-1}\vec{z}(t) + \vec{b}u(t)$$

$$y(t) = \vec{c}S^{-1}\vec{z}(t)$$

$$\dot{\vec{z}}(t) = SAS^{-1}\vec{z}(t) + S\vec{b}u(t)$$

$$y(t) = \vec{c}S^{-1}\vec{z}(t)$$

$$\tilde{A} = SAS^{-1}, \quad \tilde{\vec{b}} = S\vec{b}, \quad \tilde{\vec{c}} = \vec{c}S^{-1}$$

$$S = WU_o = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & a_4 & \cdots & a_n & 1 \\ a_3 & a_4 & \cdots & a_n & 1 & 0 \\ a_4 & a_5 & \cdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & & \\ a_n & 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \\ \vec{c}A^2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \vec{c}A^{n-1} \end{bmatrix}$$

## 可観測性準形

$$\tilde{A} = SAS^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & -a_1 \\ 1 & \ddots & & \vdots & -a_2 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & -a_3 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -a_n \end{bmatrix}; \quad \tilde{\vec{b}} = S\vec{b} = \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\vec{c}} = \vec{c}S^{-1} = [0 \ 0 \ \cdots \ 1]$$

### 可観測正準システム

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \\ \vdots \\ \dot{z}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \cdots & \cdots & 0 & -a_1 \\ 1 & \ddots & & \vdots & -a_2 \\ 0 & 1 & \ddots & \vdots & -a_3 \\ \vdots & \ddots & \ddots & 0 & \vdots \\ 0 & \cdots & 0 & 1 & -a_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ z_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \tilde{b}_1 \\ \tilde{b}_2 \\ \vdots \\ \vdots \\ \tilde{b}_n \end{bmatrix} u$$

$$y = [0 \ 0 \ \cdots \ 1] \begin{bmatrix} z_1 & z_2 & \cdots & z_n \end{bmatrix}^T$$

## 例題：

次のシステムについて次のことを求めよ。

1. 可制御性・可観測性の判定

2. 対角正準形式

3. 可制御正準形式

4. 可観測性準形への変換

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

1. 可制御性・可観測性の判定

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} \rightarrow |U_c| = 12 \neq 0 \Rightarrow \text{可制御}$$

$$U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \rightarrow |U_o| = 5 \neq 0 \Rightarrow \text{可観測}$$

## 例題：

2. 対角正準形式

対角変換行列  $T$  を求める。

$$A \text{ の特性方程式: } |sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12, \quad \lambda_1 = 4, \quad \lambda_2 = 3$$

固有ベクトル

$$|\lambda_1 I - A| \vec{v}_1 = 0, \quad \begin{bmatrix} \lambda_1 - 2 & 1 \\ -2 & \lambda_1 - 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha \\ \beta \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{aligned} 2\alpha + \beta &= 0 \\ -2\alpha - \beta &= 0 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} \alpha &= 1 \\ \beta &= -2 \end{aligned} \rightarrow \vec{v}_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix}$$

$$|\lambda_2 I - A| \vec{v}_2 = 0, \quad \begin{bmatrix} \lambda_2 - 2 & 1 \\ -2 & \lambda_2 - 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = 0, \quad \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \gamma \\ \delta \end{bmatrix} = 0,$$

$$\begin{aligned} \gamma + \delta &= 0 \\ 2\gamma + 2\delta &= 0 \end{aligned} \rightarrow \begin{aligned} \gamma &= 1 \\ \delta &= -1 \end{aligned} \rightarrow \vec{v}_2 = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\text{対角変換行: } T = \begin{bmatrix} \vec{v}_1 & \vec{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

例題：

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \left( = \begin{bmatrix} \lambda_1 & 0 \\ 0 & \lambda_2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\tilde{\vec{b}} = T^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\vec{c}} = \vec{c}T = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix}$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                       |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 対角正準システム： $\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} u$ $y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

例題：

3. 可制御正準形式

$$A \text{ の特性方程式 : } |sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12 (= s^2 + a_2s + a_1)$$

$$\text{変換行列 : } T = U_c W = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

$$T^{-1} = -\frac{1}{12} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = T^{-1}AT = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -12 & 7 \end{bmatrix} \left( = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -a_1 & -a_2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\tilde{\vec{b}} = T^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\vec{c}} = \vec{c}T = \begin{bmatrix} -7 & 1 \end{bmatrix}$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                          |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 可制御正準システム： $\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -12 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$ $y = \begin{bmatrix} -7 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

## 例題：

### 4. 可観測性準形への変換

$$A \text{ の特性方程式 : } |sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12 (= s^2 + a_2s + a_1)$$

$$\text{変換行列 : } S = WU_o = \begin{bmatrix} a_2 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 & -1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$S^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$\tilde{A} = SAS^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \left( = \begin{bmatrix} 0 & -a_1 \\ 1 & -a_2 \end{bmatrix} \right)$$

$$\tilde{\vec{b}} = S\vec{b} = \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \tilde{\vec{c}} = \vec{c}S^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$$

|                                                                                                                                                                                                                                                                                                 |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p>可観測正準システム：</p> $\begin{bmatrix} \dot{z}_1 \\ \dot{z}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -12 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -7 \\ 1 \end{bmatrix} u$ $y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \end{bmatrix}$ |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|