

レギュレータの設計

1. レギュレータとは
2. レギュレータの応用
3. レギュレータの設計

2026年度 講義予定 -シラバス通り-

回	開講	内容	教科書
1	4/15	復習、講義の予定、制御系の性能	
2	4/22	状態方程式とシステム応答	1章
3	5/09	行列論	2章
4	5/13	線形時不変システムと状態推移行列	3.1～3.2
5	5/20	線形時不変システムの安定性	3.3
6	5/27	等価変換	4.2、4.3
7	6/03	可制御正準形式、可観測正準形式とその応用	4.1、4.3.2、4.3.3
8	6/10	中間試験1	1章～4章
9	6/17	レギュレータの設計	5.1
10	6/24	同一次元オブザーバの設計	5.2
11	7/01	定常偏差とシステムの型	6.1
12	7/08	中間試験2	6.2
13	7/15	サーボシステムの設計(その1)	6.2
14	7/22	サーボシステムの設計(その2)	7.1
15	7/29	最適レギュレータの設計	プリント
16	8/05	演習	1章～7章

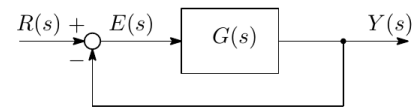
定常応答

$$\text{偏差 : } E(s) = \frac{1}{1 + G(s)}$$

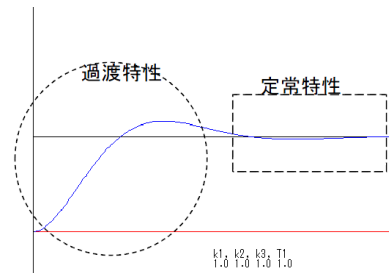
最終値定理：

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)} R(s)$$

定常偏差 : $e(\infty) = 0$ が望ましい



フィードバック系



3

定常偏差の計算：

$$Y(s) = G(s)E(s) = G(s)(R(s) - Y(s))$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s)$$

例題：出力フィードバック

閉ループ制御系：微分方程式

$$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y) \quad e \equiv u$$



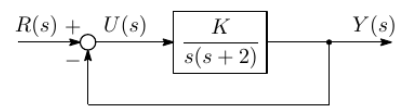
状態変数 $y = x_1, \dot{y} = x_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -Kx_1 - 2x_2 + Ku \end{cases}$$



$$\text{状態方程式 : } \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$$

$$\text{出力式 : } y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



フィードバック系

4

例題：状態フィードバック

閉ループ制御系：微分方程式

$$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y)$$



状態方程式：

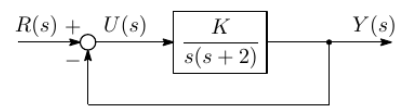
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$$

出力フィードバック

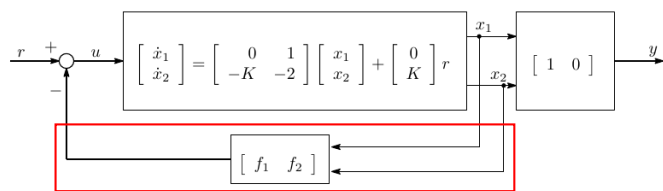
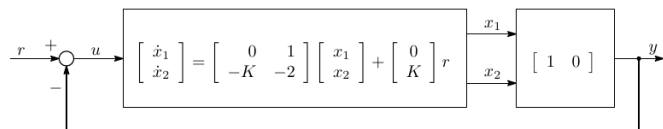
$$u = -y$$

状態フィードバック

$$u = -(f_1 x_1 + f_2 x_2) = - \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



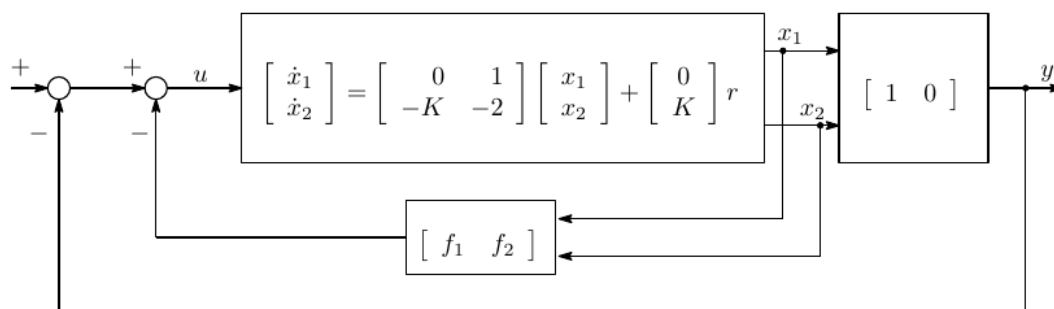
フィードバック系



5

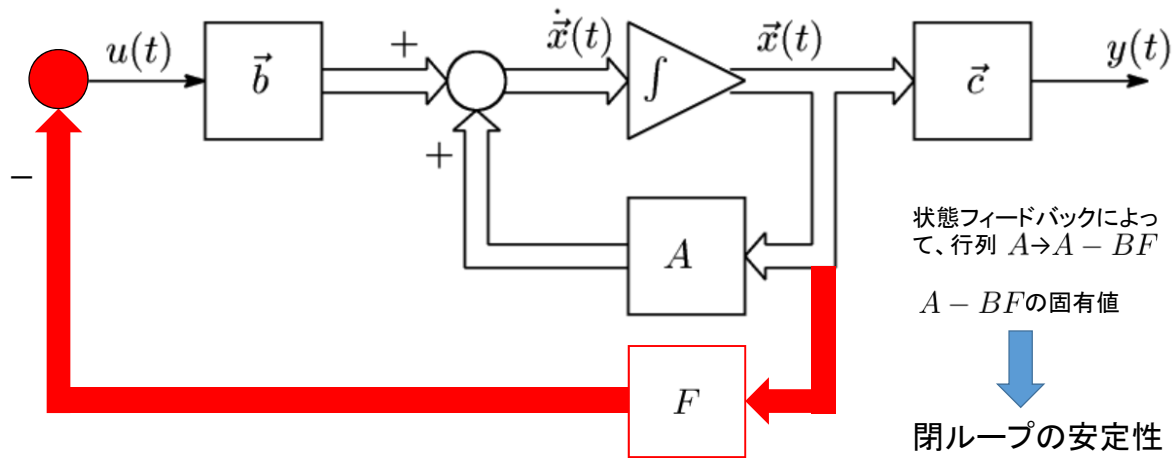
状態フィードバック＋出力フィードバック＝サーボ系

教科書第6章



6

状態フィードバック(レギュレータ)



制御対象: $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$

状態フィードバック: $\vec{u}(t) = -F\vec{x}(t)$

閉ループ系: $\dot{\vec{x}}(t) = (A - BF)\vec{x}(t)$

定理: 可制御 $\Rightarrow$ 行列 $A-BK$ の固有値は任意の値に指定可能
 $\Rightarrow$ 状態フィードバックによって、制御系は安定に出来る

7

レギュレータの設計: 1入力1出力系

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t)$$

$$u = -\vec{f}\vec{x}(t)$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) - \vec{b}\vec{f}\vec{x}(t)$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = (A - \vec{b}\vec{f})\vec{x}(t)$$

$$\vec{f} = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_n]$$

1. 次のことを求める。

(a) 行列 A の特性方程式

$$|sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1$$

(b) 可制御性行列 $U_c = [\vec{b} \ A\vec{b} \ \cdots \ A^{n-1}\vec{b}]$

(c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$

(d) 行列 T の逆行列 T^{-1}

2. 与えられた極 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ を用いて、 $A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \cdots (s - \mu_n) = s^n + d_n s^{n-1} + \cdots + d_2 s + d_1$$

3. $\vec{f}$ を求める。

$$\vec{f} = [d_1 - a_1 \quad d_2 - a_2 \quad \cdots \quad f_n - a_n] T^{-1}$$

8

レギュレータの設計: 例題

次のシステムについて極を $\mu_1 = -5$, $\mu_2 = -6$ に設定するフィードバックベクトル $\vec{f}$ を求めよ。

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u \\ y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \end{cases}$$

(c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(d) 行列 T の逆行列 T^{-1}

2. 極 $\mu_1 = -5$, $\mu_2 = -6$ を用いて、 $A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。

$$(s+5)(s+6) = s^2 + 11s + 30$$

1. 設計方法に基づいて計算をする。

(a) 行列 A の特性方程式

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12$$

(b) 可制御性行列

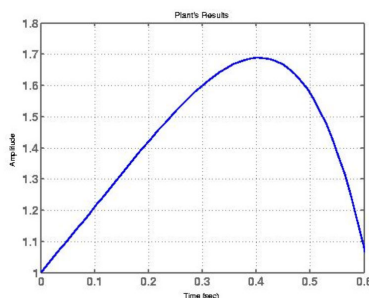
$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$$

3. $\vec{f}$ を求める。

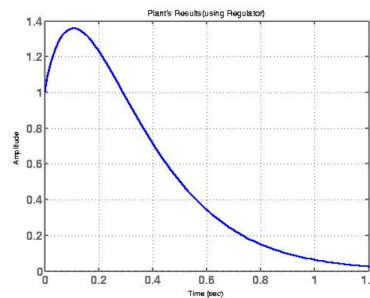
$$\begin{aligned} \vec{f} &= \begin{bmatrix} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} 30 - 12 & 11 + 7 \end{bmatrix} T^{-1} \\ &= -\frac{1}{12} \begin{bmatrix} 18 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

9

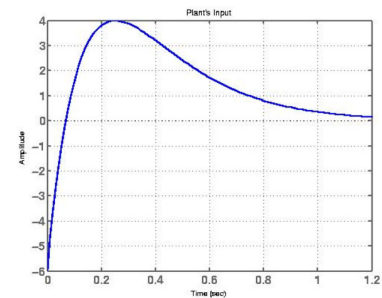
レギュレータの設計: 例題



システム応答 (レギュレータなし)



システム応答 (レギュレータ)

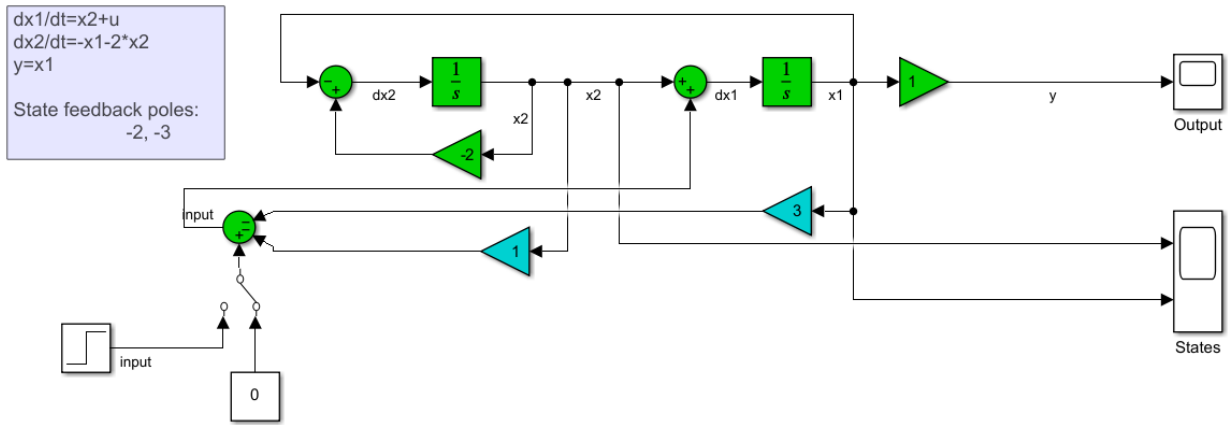


入力信号 (レギュレータ)

http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/ にて設計の確認・シミュレーションできる。

10

レギュレータの設計: 例題



11