レギュレータの設計

1. レギュレータとは
2. レギュレータの応用
3. レギュレータの設計

2024年度 講義予定 –シラバス通り–

回	開講	内容	教科書
1	4/10	復習、講義の予定、制御系の性能	
2	4/17	状態方程式とシステム応答	1章
3	4/24	行列論	2章
4	5/08	線形時不変システムと状態推移行列	3.1～3.2
5	5/15	線形時不変システムの安定性	3.3
6	5/22	等価変換	4.2、4.3
7	5/29	可制御正準形式、可観測正準形式とその応用	4.1、4.3.2、4.3.3
8	6/05	中間試験	1章～4章
9	6/12	レギュレータの設計	5.1
10	6/19	同一次元オブザーバの設計	5.2
11	6/26	定常偏差とシステムの型	6.1
12	7/03	サーボシステムの設計(その1)	6.2
13	7/10	サーボシステムの設計(その2)	6.2
14	7/17	最適レギュレータの設計	7.1
15	7/24	演習	プリント
16	7/31	期末試験	1章～7章

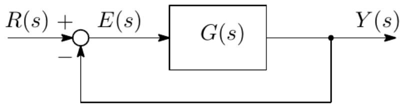
定常応答

偏差：$E(s) = \dfrac{1}{1+G(s)}$

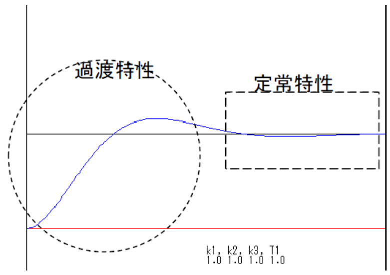
最終値定理：

$$e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s)$$

定常偏差：$e(\infty) = 0$ が望ましい



フィードバック系

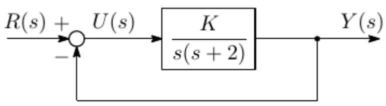


定常偏差の計算：

$$Y(s) = G(s)E(s) = G(s)(R(s) - Y(s))$$

$$E(s) = \frac{1}{1+G(s)} R(s)$$

例題：出力フィードバック



フィードバック系

閉ループ制御系： 微分方程式

$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y)$　　　$e \equiv u$

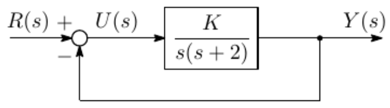
状態変数　$y = x_1,\ \dot{y} = x_2$

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -Kx_1 - 2x_2 + Ku \end{cases}$$

状態方程式：$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$

出力式：　$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$

例題：状態フィードバック



フィードバック系

閉ループ制御系： 微分方程式

$$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y)$$

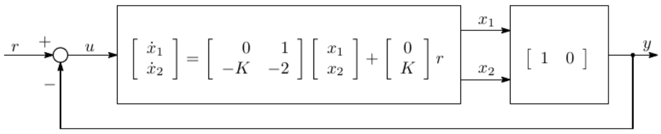
$$\Downarrow$$

状態方程式：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$$

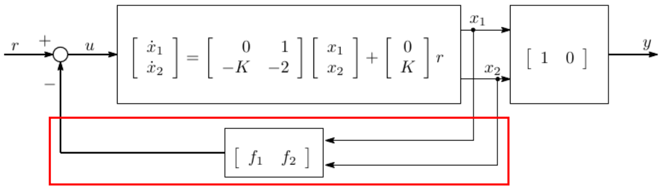
出力フィードバック

$$\boxed{u = -y}$$



状態フィードバック

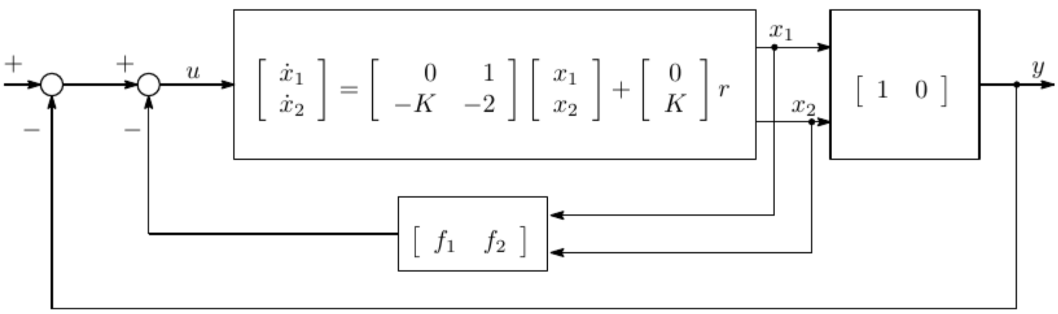
$$\boxed{u = -(f_1 x_1 + f_2 x_2) = -\begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}}$$



5

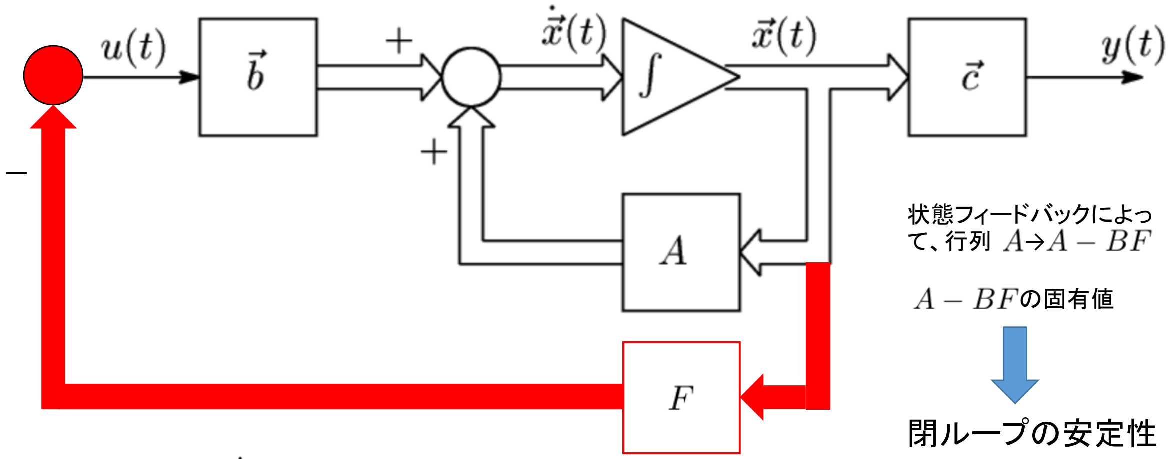
状態フィードバック＋出力フィードバック＝サーボ系

教科書第6章



6

状態フィードバック（レギュレータ）



制御対象：$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$

状態フィードバック：$\vec{u}(t) = -F\vec{x}(t)$

閉ループ系：$\boxed{\dot{\vec{x}}(t) = (A-BF)\vec{x}(t)}$

定理：可制御⇒行列A-BKの固有値は任意の値に指定可能
⇒状態フィードバックによって、制御系は安定に出来る

7

レギュレータの設計：1入力1出力系

$$
\begin{aligned}
\dot{\vec{x}}(t) &= A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t) \\
u &= -\vec{f}\vec{x}(t) \\
\dot{\vec{x}}(t) &= A\vec{x}(t) - \vec{b}\vec{f}\vec{x}(t) \\
\dot{\vec{x}}(t) &= (A-\vec{b}\vec{f})\vec{x}(t)
\end{aligned}
$$

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \end{bmatrix}$$

1. 次のことを求める。
   (a) 行列 A の特性方程式
   $$|sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1$$
   (b) 可制御性行列 $U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & \cdots & A^{n-1}\vec{b} \end{bmatrix}$
   (c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$
   (d) 行列 T の逆行列 T^{-1}
2. 与えられた極 $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ を用いて、$A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。
   $$(s-\mu_1)(s-\mu_2)\cdots(s-\mu_n) = s^n + d_n s^{n-1} + \cdots + d_2 s + d_1$$
3. $\vec{f}$ を求める。
   $$\vec{f} = \begin{bmatrix} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 & \cdots & f_n - a_n \end{bmatrix} T^{-1}$$

8

レギュレータの設計：例題

次のシステムについて極を $\mu_1 = -5,\ \mu_2 = -6$ に設定するフィードバックベクトル $\vec{f}$を求めよ。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

1. 設計方法に基づいて計算をする。

(a) 行列 A の特性方程式

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12$$

(b) 可制御性行列

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$$

(c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(d) 行列 T の逆行列 T^{-1}

2. 極 $\mu_1 = -5,\ \mu_2 = -6$ を用いて、$A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。

$$(s+5)(s+6) = s^2 + 11s + 30$$

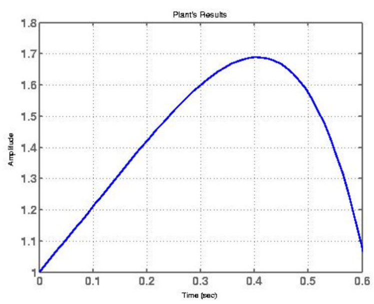
3. $\vec{f}$ を求める。

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} 30 - 12 & 11 + 7 \end{bmatrix} T^{-1}$$

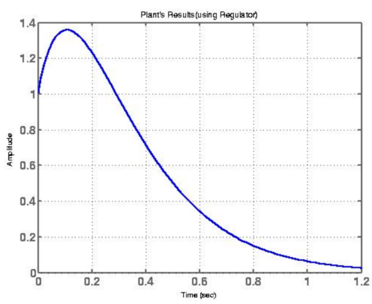
$$= -\frac{1}{12} \begin{bmatrix} 18 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 12 \end{bmatrix}$$

9

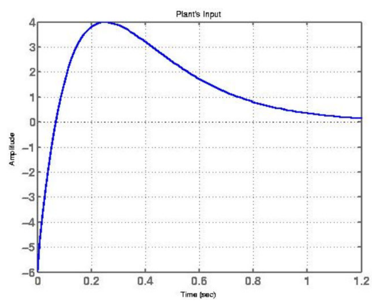
レギュレータの設計：例題



システム応答（レギュレータなし）



システム応答（レギュレータ）



入力信号（レギュレータ）

http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/ にて設計の確認・シミュレーションできる。

10

レギュレータの設計：例題