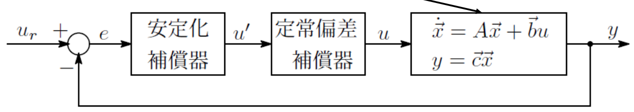
サーボ系の設計

サーボシステムとは

1 入力 1 出力システムを考える

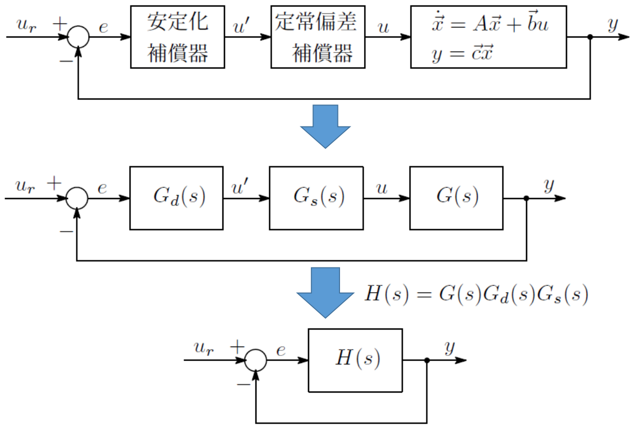
$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t)$$
$$y = \vec{c}\vec{x}(t)$$



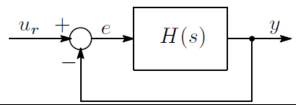
安定化補償器：微分補償器、位相進み要素、レギュレータ（＋オブザーバ）など

定常偏差補償器：積分補償器、位相遅れ要素

サーボシステムとは



定常偏差と開ループシステムの型



$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^l(s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1)}$$

仮定：閉ループは漸近安定なシステム、かつ $e^i(\infty)$ が存在する

$$\boxed{E(s)} = \frac{1}{1+H(s)}U_r(s) = \frac{1}{1 + \frac{b_m s^m + b_{m-1}s^{m-1} + \cdots + b_1 s + b_0}{s^l(s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1)}}U_r(s) \boxed{= \frac{1}{1 + \frac{N(s)}{s^l D(s)}}U_r(s)}$$

$$u_r^i(t) = \frac{a_i}{i!}t^i \rightarrow \mathscr{L}\left\{u_r^i(t)\right\} = U_r^i(s) = \frac{a_i}{s^{i+1}}; \quad i = 0,\ 1, \ldots$$

$$E^i(s) = \frac{1}{1+H(s)}\frac{a_i}{s^{i+1}}$$

最終値定理より、

$$\lim_{t\to\infty} e^i(t) = \boxed{e^i(\infty)} = \lim_{s\to 0} sE^i(s) = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{1+H(s)}\frac{a_i}{s^{\cancel{i+1}}} = \lim_{s\to 0}\frac{1}{1+H(s)}\frac{a_i}{s^i} = \begin{cases} \dfrac{a_0}{1+K_o}, & i = 0 \\ \dfrac{a_i}{K_i}, & i \geq 1 \end{cases}$$

ただし、$K_i = \lim_{s\to 0} s^i H(s)$

定常偏差と開ループシステムの型

$$E(s) = \frac{1}{1 + \frac{N(s)}{s^i D(s)}} U_r(s)$$

システムの型

$$e^i(\infty) = \lim_{s \to 0} \frac{1}{1 + H(s)} \frac{a_i}{s^i} = \begin{cases} \frac{a_0}{1 + K_o}, & i = 0 \\ \frac{a_i}{K_i}, & i \geq 1 \end{cases}$$

ただし、$K_i = \lim_{s \to 0} s^i H(s)$

$H(s)$ が 0 型 $\cdots$ $K_0 = \frac{N(0)}{D(0)}, \quad K_i = 0, \quad i \geq 1$

$H(s)$ が 1 型 $\cdots$ $K_0 = \infty, \ K_1 = \frac{N(0)}{D(0)}, \quad K_i = 0, \quad i \geq 2$

$H(s)$ が 2 型 $\cdots$ $K_0 = K_1 = \infty, \ K_2 = \frac{N(0)}{D(0)}, \quad K_i = 0, \quad i \geq 3$