

岡山理科大学工学部 電気電子システム学科
 制御工学 春学期水1、担当 クルモフ
 第5回宿題 5月27日出題
 提出×切：令和8年6月3日(水)

学生 番号		
氏 名		

下の状態方程式、出力方程式で表される系について次の問題を解け。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 18 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

1. 可制御性、可観測性を調べよ。

解答：

(a) 可制御性

$$U_C = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & A^2\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}$$

$$|U_C| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{vmatrix} = -5, \quad \text{rank}(U_C) = 3 \rightarrow \text{システムは可制御である。}$$

(b) 可観測性

$$U_O = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \\ \vec{c}A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 11 & 18 \\ 29 & -87 & -90 \end{bmatrix}$$

$$|U_O| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 11 & 18 \\ 29 & -87 & -90 \end{vmatrix} = -180, \quad \text{rank}(U_O) = 3 \rightarrow \text{システムは可観測である。}$$

2. 同システムを可制御正準形式へ変換せよ。

解答：

(a) 係数行列の特性方程式を求める。

$$\begin{vmatrix} s & -11 & -18 \\ -1 & s & 0 \\ -1 & 3 & s+2 \end{vmatrix} = (s+2)(s^2-11) - 18(-3+s)$$

$$= s^3 + 2s^2 - 29s + 32$$

(b) 変換行列 $T = U_C W$ を求める。

$$U_C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}; \quad W = \begin{bmatrix} -29 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$
$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -29 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(c) 可制御性準形を構成する。

$$\begin{bmatrix} \dot{\tilde{x}}_1(t) \\ \dot{\tilde{x}}_2(t) \\ \dot{\tilde{x}}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -32 & 29 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y = \bar{c}T\tilde{x} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tilde{x}_1(t) \\ \tilde{x}_2(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{bmatrix}$$
