岡山理科大学工学部 電気電子システム学科

制御工学 春学期水1、 担当 クルモフ

第6回宿題 5月28日出題

提出〆切： 令和7年6月4日(水)

学生番号		
氏名		

下の状態方程式、出力方程式で表される系について次の問題を解け。

$$
\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 11 & 0 & -3 \\ 18 & 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)
$$

$$
y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}
$$

1. 可制御性、可観測性を調べよ。
   解答：
   (a) 可制御性

$$
U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & A^2\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 29 \\ -3 & 11 & -87 \\ 0 & 18 & -90 \end{bmatrix}
$$

$$
|U_c| = \begin{vmatrix} 1 & -3 & 29 \\ -3 & 11 & -87 \\ 0 & 18 & -90 \end{vmatrix} = -180, \quad \mathrm{rank}(U_c) = 3 \ \rightarrow \ \text{システムは可制御である。}
$$

   (b) 可観測性

$$
U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \\ \vec{c}A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 29 & 0 & -5 \end{bmatrix}
$$

$$
|U_o| = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 29 & 0 & -5 \end{vmatrix} = -5, \quad \mathrm{rank}(U_o) = 3 \ \rightarrow \ \text{システムは可観測である。}
$$

2. 同システムを可制御正準形式へ変換せよ。
   解答：
   (a) システム行列 A の特性方程式を求める。

$$
|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -1 & -1 \\ -11 & s & 3 \\ -18 & 0 & s+2 \end{vmatrix} = (s+2)(s^2-11) - 18(-3+s)
$$

$$
= s^3 + 2s^2 - 29s + 32 (= s^3 + a_3 s^2 + a_2 s + a_1)
$$

(b) 変換行列 $T = U_c W$ を求める。

$$
\begin{aligned}
U_c &= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 29 \\ -3 & 11 & -87 \\ 0 & 18 & -90 \end{bmatrix}; \quad W = \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & 1 \\ a_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -29 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\
T &= \begin{bmatrix} 1 & -3 & 29 \\ -3 & 11 & -87 \\ 0 & 18 & -90 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -29 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 1 \\ 22 & 5 & -3 \\ -54 & 18 & 0 \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$

(c) 可制御性準形を構成する。

$$
\begin{aligned}
\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -32 & 29 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\
y &= \vec{c} T \tilde{\vec{x}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -6 & -1 & 1 \\ 22 & 5 & -3 \\ -54 & 18 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix}
\end{aligned}
$$
