

学生 番号		
氏 名		

下記のシステムについて次の問題を解けよ。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t), \\ y &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

1. 可制御性・可観測性を確認せよ

解答：

$$\begin{aligned} U_c &= \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad |U_c| = -1 \rightarrow \text{可制御システム} \\ U_o &= \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad |U_o| = 1 \rightarrow \text{可観測システム} \end{aligned}$$

2. 固有値 $\mu_1 = -3$ 、 $\mu_2 = -4$ を持つレギュレータを設計せよ。解答提出前にレギュレータの設計を「対話型学習システム」にて設計の確認せよ。

解答：

(a) システムの特性方程式および可制御正準形への変換行列とその逆行列をもとめる。

$$\begin{aligned} |sI - A| &= \begin{vmatrix} s & -1 \\ 0 & s \end{vmatrix} = s^2 (= s^2 + a_2s + a_1) \\ T &= U_cW = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

行列 T は単位行列なので、このシステムは可制御形式となっている。

(b) 極 $\mu_1 = -3$ 、 $\mu_2 = -4$ を持つシステムの特性方程式を求める。

$$(s + 3)(s + 4) = s^2 + 7s + 12 (= s^2 + d_2s + d_1)$$

(c) フィードバックベクトル $\vec{f}$ をもとめる。

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 12 & 7 \end{bmatrix}$$

(d) レギュレータの式

$$\begin{aligned} \dot{\vec{x}}(t) &= (A - \vec{b}\vec{f}^T)\vec{x}(t) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 12 & 7 \end{bmatrix} \right) \vec{x}(t) \\ &= \left(\begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 12 & 7 \end{bmatrix} \right) \vec{x}(t) \\ \dot{\vec{x}}(t) &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -12 & -7 \end{bmatrix} \vec{x}(t) \end{aligned}$$