岡山理科大学工学部 電気電子システム学科

制御工学 春水1　担当 クルモフ

第8回宿題 6月26日出題

提出〆切： 令和6年7月3日 (水)

学生番号		
氏名		

下記のシステムについて次の問題を解けよ。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$$

1. 可制御性・可観測性を確認せよ

   解答：

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}, \quad |U_c| = -1 \ \rightarrow \ \text{可制御システム}$$

$$U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad |U_o| = -1 \ \rightarrow \ \text{可観測システム}$$

2. 固有値 $\gamma_1 = -6, \ \gamma_2 = -8$ を持つ同一次元オブザーバを設計せよ。

   解答：

   (a) 双対システムを構成する。
   双対システムはもとのシステムと一致する。

   (b) 固有値 $\gamma_1 = -6, \ \gamma_2 = -8$ を持つレギュレータを設計する。

   i. システムの特性方程式および可制御正準形への変換行列とその逆行列をもとめる。

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s+1 & 0 \\ 0 & s+2 \end{vmatrix} = s^2 + 3s + 2 (= s^2 + a_2 s + a_1)$$

$$T = U_c W = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, \quad T^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$$

   ii. 固有値 $\mu_1 = -6$、$\mu_2 = -8$ を持つシステムの特性方程式を求める。

$$(s+6)(s+8) = s^2 + 14s + 48 (= s^2 + d_2 s + d_1)$$

   iii. フィードバックベクトル $\vec{f}$ をもとめる。

$$\vec{f} = \begin{bmatrix} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 \end{bmatrix} T^{-1} = \begin{bmatrix} 46 & 11 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 35 & -24 \end{bmatrix} = \vec{k}^T$$

   (c) オブザーバを構成する。

$$\dot{\hat{\vec{x}}}(t) = (A - \vec{k}\vec{c})\hat{\vec{x}}(t) + \vec{b}u(t) + \vec{k}y(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \left(\begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 35 \\ -24 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 35 \\ -24 \end{bmatrix} y(t)$$

$$\begin{bmatrix} \dot{\hat{x}}_1(t) \\ \dot{\hat{x}}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -36 & -35 \\ 24 & 22 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{x}_1(t) \\ \hat{x}_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) + \begin{bmatrix} 35 \\ -24 \end{bmatrix} y(t)$$