

岡山理科大学工学部 電気電子システム学科
制御工学 春水1 担当 クルモフ
第9回宿題 7月3日出題

学籍 番号		
氏 名		

提出×切：令和6年7月10日(水)

次のシステムについて以下の問題を解きなさい。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ -1 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t),$$
$$y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}; \quad \begin{bmatrix} x_1(0) \\ x_2(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

1. システムの可制御性と観測性を求めよ。

解答：

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}, \quad |U_c| = -1 \rightarrow \text{システムは可制御である}$$

$$U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -2 \end{bmatrix}, \quad |U_o| = 1 \rightarrow \text{システムは可観測である}$$

2. 伝達関数を計算せよ。

解答：

$$G(s) = \vec{c}(sI - A)^{-1}\vec{b} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} s+1 & 0 \\ 1 & s+2 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{s^2 + 3s + 2} \begin{bmatrix} s+2 & 0 \\ -1 & s+1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$G(s) = -\frac{1}{s^2 + 3s + 2}$$

3. 単位フィードバックに対して、定常偏差を求めよ。ただし、 $U(s) = 1/s$ とする。

解答：単位フィードバック系を構成したときに、目標入力と誤差との関係は次の通りである。

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} U_r(s)$$

なお、定常誤差 $e(\infty)$ を求めるのに最終値定理を用いる。

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{1 + G(s)} U_r(s) \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{1 + \frac{-1}{s^2 + 3s + 2}} \frac{1}{s} \right) = 2$$

4. 上記のシステムの型を判定し、ランプ入力まで定常偏差なく追従させることを考え、必要なシステムの型について述べよ。

解答：上記の2.で求めた伝達関数の分母に s^l が掛かっていないので、システムが0型である。ランプ入力($1/s^2$)まで定常偏差なく追従させるのに、2型システムが必要である。つまり、

$$G(s) = -\frac{1}{s^2(s^2 + 3s + 2)}$$

となる。そこで、定常誤差を計算すると

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{1 + G(s)} U_r(s) \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \left(s \frac{1}{1 + \frac{-1}{s^2(s^2 + 3s + 2)}} \frac{1}{s^2} \right) = 0$$

となる。