システム制御工学特論

Lecture 1

今日の講義予定

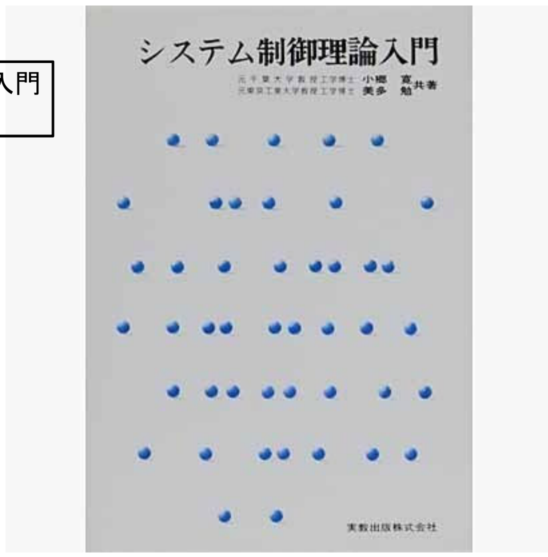
１．自己紹介
２．講義の注意と講義予定
３．「システム制御の基礎」との違い
４．物理現象のモデル化の紹介

「制御工学」について

- 担当教員：　クルモフ　バレリー教授
- 開講学期：　春学期、単位数：2単位
- 教科書：なし
- 参考書：
  - 小郷、美多「システム制御理論入門」実教出版
  - 野波、西村「MATLABによる制御理論の基礎」東京電機大学出版局

参考書

小郷、美多：システム制御理論入門
実教出版(株)



基本的注意

1. 演習問題の提出遅れは受け取らない。
   (〆切後、解答をホームページに公開するため)
2. 成績評価：課題提出(50%)、達成度確認試験(50%)
4. 宿題を自力でとくことが重要である。

- URL： http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/in/
  http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/
- E-mail val@ous.ac.jp

2026年度 講義予定 –シラバス通り–

回	開講	内容	
1	4/14	制御工学の概要、講義の予定	
2	4/21	動的システムと状態方程式	
3	4/28	状態方程式の解とシステムの安定性理論	
4	5/12	リャプノフ安定性理論	
5	5/19	可制御性・可観測性と線形システムの等価変換	
6	5/26	レギュレータと同一次元オブザーバの設計	
7	6/02	最小次元オブザーバの設計（その１）	
8	6/09	最小次元オブザーバの設計（その２）	
9	6/16	演習	
10	6/23	定常誤差と開ループシステムの型およびサーボ系の設計法I	
11	6/30	サーボ系の設計法Ⅱ	
12	7/07	演習	
13	7/14	達成度確認試験	
14	7/21	最適レギュレータの設計	
15	7/28	非線形制御の導入	
16	8/04	現代制御理論の新しい話題	

問4　図のようなフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，R
は目標値，$D(s)$ は外乱，$U(s)$ は操作量，$Y(s)$ は制御量，$E(s)$ は偏差とする。

電検2種令和2年度
2次試験機械・制御

乱 $D(s)$ の時間関数は次に示すランプ関数であり，$d(t)=\begin{cases}2t & (t \geqq 0)\\ 0 & (t<0)\end{cases}$ とする。

(1)　$R(s)=0$，$C(s)=K>0$ のとき，外乱 $D(s)$ による定常速度偏差 e_v を求めよ。

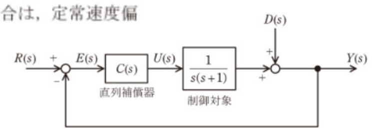
(2)　$C(s)=K>0$ のとき，閉ループ系の安定性の指標の一つである減衰係数 ζ を 0.8 に設定するための K の値を求めよ。

(3)　$R(s)=0$，$C(s)=A\cdot\dfrac{s+1}{0.1s+1}$（$A>0$）の場合について，外乱 $D(s)$ による定常速度偏差 e_v を求めよ。

(4)　上記(3)の $C(s)$ を用いた閉ループ系の減衰係数 ζ が 0.8 になるような A の値を求めよ。

(5)　上記(2)と上記(4)の場合，それぞれにおいて閉ループ系の固有角周波数 ω_n を求めよ。その結果，上記(2)の場合に比べて上記(4)の場合は，応答が何倍速くなるかを示せ。

(6)　上記(2)と上記(4)の場合，それぞれにおいて外乱 $D(s)$ に対する定常速度偏差 e_v を求めよ。その結果，上記(2)の場合に比べて上記(4)の場合は，定常速度偏差が何倍になるかを示せ。



→教科書 第5章

電検2種令和元年度
2次試験機械・制御

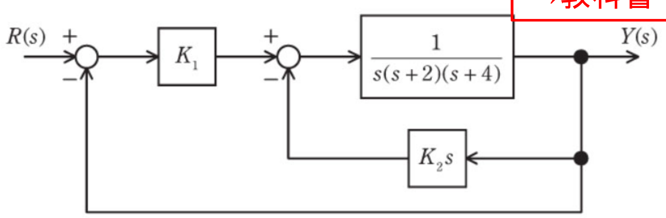
問4　図のようなフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ここで，$R(s)$ と $Y(s)$ は，それぞれ目標値 $r(t)$ と制御量 $y(t)$ のラプラス変換である。

(1)　目標値 $R(s)$ から制御量 $Y(s)$ までの閉ループ伝達関数 $W(s)$ を求めよ。

(2)　この閉ループ系の特性根のうちの二つを-1，-2 とするためには，K_1 及び K_2 の値をいくらにすればよいか。また，このときのその他の特性根も求めよ。

(3)　小問(2)で得られた K_1 及び K_2 を用いて，単位インパルス応答 $y(t)$ を求めよ。

→教科書 第2章



電検1種平成30年度
2次試験機械・制御

問4　図1のフィードバック制御系について，次の問に答えよ。ただし，以下の設問において用いる $x_1(t)$，$x_2(t)$，$u(t)$，$y(t)$，$r(t)$，$e(t)$ 及び $z(t)$ のラプラス変換をそれぞれ $X_1(s)$，$X_2(s)$，$U(s)$，$Y(s)$，$R(s)$，$E(s)$ 及び $Z(s)$ で表す。

(1) 図1の制御対象部分を示す図2において，状態変数を $x_1(t)$，$x_2(t)$，制御対象の入力と出力をそれぞれ $u(t)$，$y(t)$ とする。このとき，状態ベクトル $\boldsymbol{x}(t)=[x_1(t)\quad x_2(t)]^T$ が満たす次の状態空間表現

$$\dot{\boldsymbol{x}}(t)=\mathbf{A}\boldsymbol{x}(t)+\mathbf{b}u(t),\quad y(t)=\mathbf{c}\boldsymbol{x}(t)$$

における $\mathbf{A}$，$\mathbf{b}$，$\mathbf{c}$ を求めよ。

(2) 図1の積分器を図3のように書き直して，変数 $Z(s)$ を新たに設けるとき，この時間関数 $z(t)$ は，関係式

$$\dot{z}(t)=r(t)-y(t)=r(t)-\mathbf{c}\boldsymbol{x}(t)$$

を満たす。また，入力 $u(t)$ は次のように書くことができる。

$$u(t)=-\mathbf{f}\boldsymbol{x}(t)+kz(t),\quad \mathbf{f}=[f_1\quad f_2]$$

積分器の出力である $z(t)$ を状態変数として取り込み，状態ベクトルを $\overline{\boldsymbol{x}}(t)=[\boldsymbol{x}(t)\quad z(t)]^T$ に拡大すると，図1のフィードバック制御系は次の状態空間表現

$$\dot{\overline{\boldsymbol{x}}}(t)=\overline{\mathbf{A}}\overline{\boldsymbol{x}}(t)+\overline{\mathbf{b}}r(t),\quad y(t)=\overline{\mathbf{c}}\overline{\boldsymbol{x}}(t)$$

で記述できる。$\overline{\mathbf{A}}$，$\overline{\mathbf{b}}$，$\overline{\mathbf{c}}$ を $\mathbf{A}$，$\mathbf{b}$，$\mathbf{c}$，k，$\mathbf{f}$，0及び1を用いて表せ。

(3) $k=1$，$f_1=1$，$f_2=1$ として，上記小問(2)の行列 $\overline{\mathbf{A}}$ の固有値を与える特性多項式を示せ。

(4) $k=1$，$f_1=1$，$f_2=1$ として，図1のブロック線図の目標値 $R(s)$ から出力 $Y(s)$ までの伝達関数を求めよ。

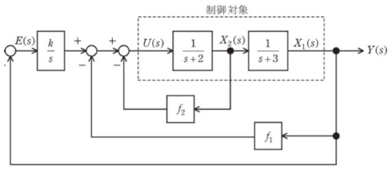


図1

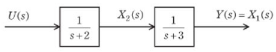


図2

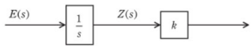


図3

→教科書 第4章

国家公務員総合職試験2019年度
2次記述式 制御工学

B　以下の設問に答えよ。

(1)　以下の状態空間表現されたシステムについて考える。

$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-5 & -3\\ 6 & 4\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}-1\\ 2\end{bmatrix}u$$

$$y=[3\quad 2]\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$$

このシステムについて以下の問いに答えよ。

(a)　システムの安定性を判定せよ。

(b)　可制御性と可観測性を判定せよ。

(c)　u から y までの伝達関数を求めよ。

(d)　状態遷移行列を求めよ。

→教科書 第4章

(2) 以下の状態方程式で表現されるシステムを考える。

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$
$$y(t) = Cx(t)$$

国家公務員総合職試験2018年度
2次記述式 制御工学

ただし，$x(t)$ は状態変数ベクトル，$u(t)$ は入力変数，$y(t)$ は出力変数を表し，行列 A，B，C は次式で与えられる。

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ 6 & -4 \end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} 1 \\ -2 \end{bmatrix},\ C = \begin{bmatrix} -1 & 1 \end{bmatrix}$$

このシステムについて以下の問いに答えよ。

→教科書 第3章

(a) 漸近安定性を判定せよ。

(b) システムの伝達関数を求めよ。

(c) 行列指数関数 e^{At} を求めよ。

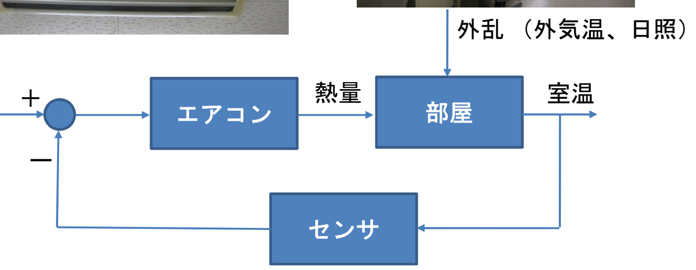
(d) 初期状態を $x(0) = [1 \ \ 1]^T$，入力を $u(t) = 0$ $(t \geqq 0)$ としたときの出力 $y(t)$ を求めよ。ただし，$[\ \ ]^T$ は転置を表す。

(e) 初期状態を $x(0) = [1 \ \ 2]^T$，入力を $u(t) = 1$ $(t \geqq 0)$ としたときの出力 $y(t)$ を求めよ。

(f) K を適当な行列とし，状態フィードバック制御則 $u(t) = Kx(t)$ により，フィードバック制御系の極を -1，-2 に配置したい。このときの K を求めよ。

(g) (f)のように状態 $x(t)$ を用いるのではなく，出力 $y(t)$ を用いて，安定なフィードバック制御系を構成できるか，(b)で求めた伝達関数にも触れた上で，簡潔に論ぜよ。

部屋の自動温度調節（エアコン）



フィードバック制御系

制御理論

	古典制御理論	現代制御理論	新しい制御理論
理論構成	1940年頃	1960年頃	1980年頃から
制御系表現	伝達関数	状態方程式	既約分解表現
モデリング	周波数応答	システム同定	展開： ロバスト制御 適応制御 非線形制御 モデル予測制御
制御系の性質	ー	可観測 可制御	
安定性判別	特性方程式、 ラウスフルビッツ、 根軌跡法、 ナイキスト	固有値、 リャプノフ関数	
フィードバック制御	補償器：PID制御、位相進み要素、位相遅れ要素	状態フィードバック、 最適レギュレータ、 状態観測器	
講義	システム制御の基礎	制御工学	

制御理論

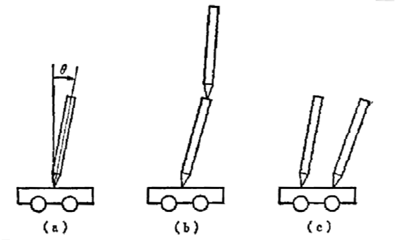
状態方程式：R.E.Kalman
1930年、ハンガリー生、
1960年、制御の数学的理論、
Kalmanフィルター

2005年8月 岡山で特別講演

既約分解：M. Vidyasagar
1948年、インド生、
1969年、21歳で博士、
1972年、24歳、
カナダConcordia大学教授

制御の必要な例：倒立振子

倒立振子：教科書18頁
制御目的：安定に倒立
制御系の特徴
1. もともと不安定
2. 不確かさ
3. 非線形
4. 劣駆動(少ない制御入力で多くの出力を制御)

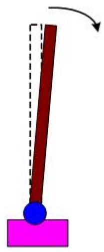


様々な倒立振子

不安定系、安定系

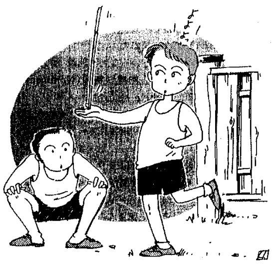
不安定系

ほってておくと元の状態から大きく動く



安定系

ほっておいても元の状態へ戻る



制御工学の目的

1. 不安定系を安定系にする
2. 特性の改善

Pythonの特徴

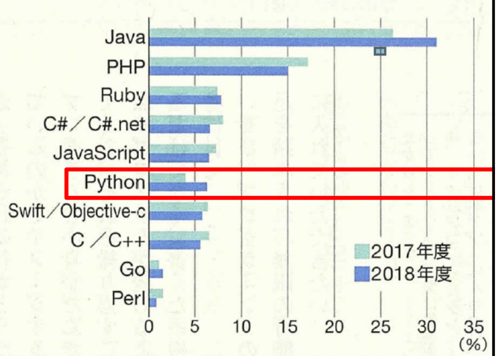
最も新しいプログラム言語：1991年に最初にリリース
現在、Version 3.8, 人工知能の開発は主にPython

―プログラミング言語別年収ランキング―

順位	言語	年収中央値（万円）	最大提示年収（万円）
1	Go	600	1,600
2	Scala	600	1,300
3	Python	575	1,499
4	Kotlin	575	1,200
5	TypeScript	575	1,200
6	R	574	1,000
7	Ruby	550	1,200
8	Swift	550	1,200
9	Perl	525	1,200
10	C	525	1,000

（注）2018年。公表は10位まで。年収中央値が同じ場合は最大提示年収が高く、求人数が多いものを上位とする
（出所）求人検索エンジン「スタンバイ」

―プログラミング言語別求人案件の割合―



（注）主要な言語を抜粋しているため、各年度の割合の合計は100%にならない
（出所）レバテック「プログラミング言語別求人ランキング」

週刊東洋経済2020年1月18日号

Pythonのライブラリ

ライブラリ(Module)の一覧：PyPiで見ることが出来る
Pypi→一覧表、開発中も含めて
＞350,000個(2022年1月17日) 全てタダ

ライブラリ(Module)の例
- control, control.matlab, slycot 制御工学
- numpy／scipy 数値計算の基本になるライブラリ
- matplotlib 図を描く、 ・ｓｙｍｐｙ 数式処理
- scikit-learn機械学習ライブラリ
- TensorFlowグーグルが開発したDeep Learning
- jmri, dccpi 鉄道模型の制御

Pythonを使っている制御工学の教科書

・南 裕樹：Pythonによる制御工学入門 オーム社, 2019

・P.K.Janerty(野原,星,米元訳)：エンジニアのためのフィードバック制御入門, オライリー・ジャパン, 2014

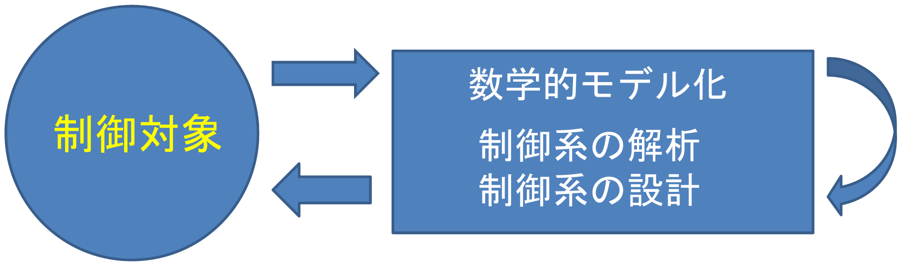
・佐藤和也, 平元和彦, 平田研二： はじめての制御工学 改訂第2版, 講談社, 2018

・佐藤和也, 下本陽一, 熊澤典良： はじめての現代制御理論, 講談社, 2012

・星 米元；システム制御研究者のためのPython入門, システム制御情報学会誌, Vol.61, No.10, pp.412-415, 2017

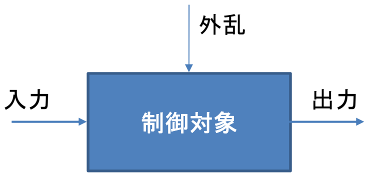
制御系の設計

対象となるシステムの制御に関する特性を数学的モデルという形で表し、このモデルに基づいてシステムの挙動を解析し、制御系の設計を行う。

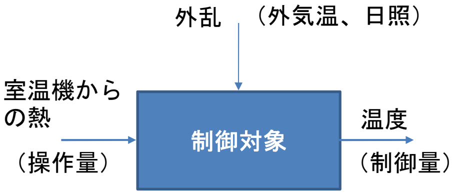


制御系の構成および目的

システム表し方：ブロック線図



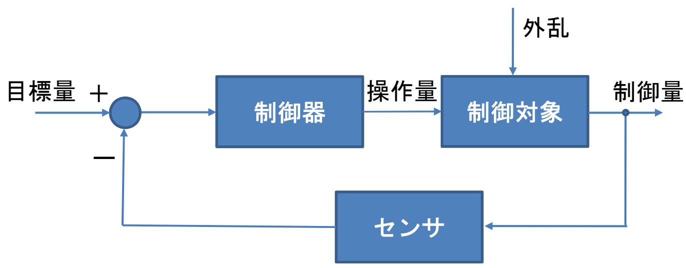
制御対象のブロック線図表現



制御対象のブロック線図表現

フィードバック制御（閉ループ制御）

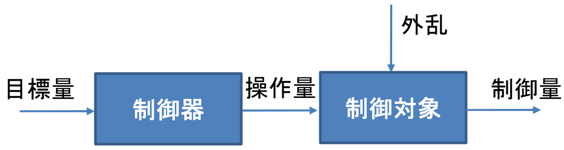
制御器：目標値と制御量との比較偏差により処理、操作



フィードバック制御系

フェードフォーワード制御（開ループ制御）

コントローラ（制御器）：制御対象の特製が分かっていれば、逆算

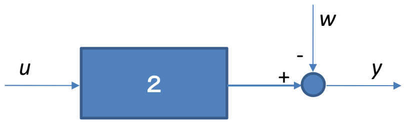


フィードバック制御の利点

- 制御対象の安定化
- 目標値追従
- 外乱の影響の抑制
- 特性変動による影響の抑制

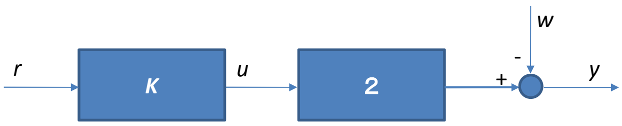
フィードバック制御の例題

- モータで駆動される小型ボート：
  モータに加わる電流u[A]の大きさに比例する進行速度y[m/s]
  （電流１Aに対して速度２m/sが出るとする）
- 進行方向に対して逆方向に速度w[m/s]の水流が流れるとする。
- 目標速度r[m/s]とする。



$$y = 2u - w$$

例題：フィードフォワード（FF）



$$y = 2u - w$$

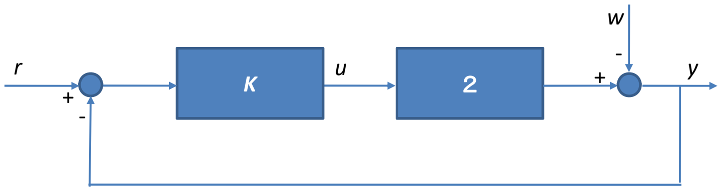
$$u = Kr$$

$$K = \frac{1}{2} \ (2の逆数) \Rightarrow y に u 代入する$$

$$y = 2Kr - w = 2 \times \frac{1}{2} - w = r - w$$

$$\Rightarrow w = 0 のときに\ y = r$$

例題：フィードバック（FB）



$$y = 2u - w \quad \Rightarrow \quad y = 2K(r-y) - w$$

$$u = K(r-y) \qquad y(1+2K) = 2Kr - w$$

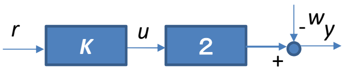
$$y = \frac{2K}{1+2K}r - \frac{1}{1+2K}w$$

$w=0$ のときに $y = \dfrac{2K}{1+2K}r \xrightarrow{K=大} y \approx r$

$K=100$ とすれば、$y = \dfrac{200}{201}r - \dfrac{1}{201}w$

例題：外乱

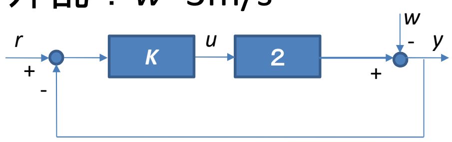
目標値： r = 5 m/s、 外乱：w=3m/s



$K = \dfrac{1}{2}$ のとき

$y = r - w = 5 - 3$

$= 2\text{m/s}$ (60%の誤差)



$K=100$ のとき

$$y = \frac{200}{201}r - \frac{1}{200}w$$

$$= \frac{200}{201}5 - \frac{1}{200}3$$

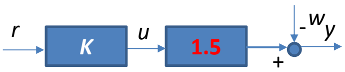
$= 4.960124$

$\approx 4.96\text{m/s}$

目標値に対する誤差は1%以内

例題：特性変動

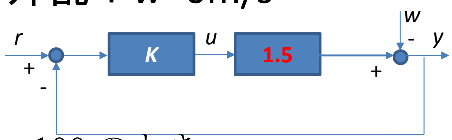
目標値： r = 5 m/s、　外乱：w=0m/s



$$K = \frac{1}{2} \text{ のとき}$$

$$y = 1.5\frac{1}{2}r = 0.75r$$

$$= 3.75\text{m/s}\ (25\%\text{の誤差})$$



$$K = 100 \text{ のとき}$$

$$y = 1.5u = 1.5K(r - y)$$

$$151y = 150r$$

$$y = \frac{150}{151}r = \frac{150 \times 5}{151}$$

$$= 4.966887$$

$$\approx 4.97\text{m/s}$$

目標値に対する誤差は1%以内

フィードバック制御の利点

- 制御対象の安定化
- 目標値追従
- 外乱の影響の抑制
- 特性変動による影響の抑制

制御とは（まとめ）

- 制御とは
- 制御系の構成と制御目的
- フィードバック制御の利点

- 学習目標：
「制御」の重要性を理解する。
「フィードバック制御の」利点を理解する。

定常応答(外乱のある場合）

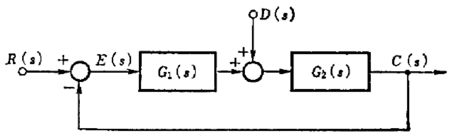


図 8.2 外乱が加わる場合のブロック図

図8.2で示される制御系がある．
各部の伝達関数は

$$G_1(s)=\frac{K_1}{s(1+sT_1)},\qquad G_2(s)=\frac{K_2}{1+sT_2}$$

であるとし，$R(s)=R_r/s$, $D(s)=R_d/s$の入力と外乱が加わるとき定常偏差を求めよ．

$C(s)=G_2(s)(G_1(s)E(s)+D(s))$, $E(s)=R(s)-C(s)$の2つの式から$C(s)$を消去
$G_1(s)$, $G_2(s)$, $R(s)$, $D(s)$を代入して$\boxed{E(s)}$を求める

最終値の定理を使う→定常偏差= $e(\infty)=\lim_{s\to 0} s\boxed{E(s)}$

定常応答(外乱のある場合)

演習課題

$$e(\infty)=\lim_{s\to 0} sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{R_r-\dfrac{K_2R_d}{1+sT_2}}{1+\dfrac{K_1K_2}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}}$$

$$e(\infty)=\lim_{s\to 0} sE(s)=\lim_{s\to 0}\frac{\boxed{R_r-\boxed{\dfrac{K_2R_d}{1+sT_2}}}}{1+\boxed{\dfrac{K_1K_2}{s(1+sT_1)(1+sT_2)}}}$$

有限

S→0

$\dfrac{\text{有限}}{\text{有限}}$

$\dfrac{\text{有限}}{0}$ → 無限大

→ 0