

レギュレータの設計

1. レギュレータとは
2. レギュレータの応用
3. レギュレータの設計

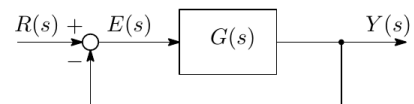
定常応答

$$\text{偏差} : E(s) = \frac{1}{1 + G(s)}$$

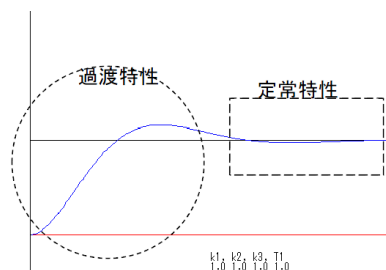
最終値定理：

$$e(\infty) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{s}{1 + G(s)} R(s)$$

定常偏差 : $e(\infty) = 0$ が望ましい



フィードバック系



定常偏差の計算：

$$Y(s) = G(s)E(s) = G(s)(R(s) - Y(s))$$

$$E(s) = \frac{1}{1 + G(s)} R(s)$$

例題：出力フィードバック

閉ループ制御系：微分方程式

$$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y) \quad e \equiv u$$

状態変数 $y = x_1, \dot{y} = x_2$

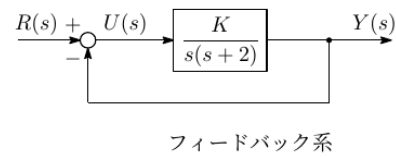
$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = -Kx_1 - 2x_2 + Ku \end{cases}$$

状態方程式：

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$$

出力式：

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



3

例題：状態フィードバック

閉ループ制御系：微分方程式

$$\ddot{y} + 2\dot{y} = K(r - y)$$

状態方程式：

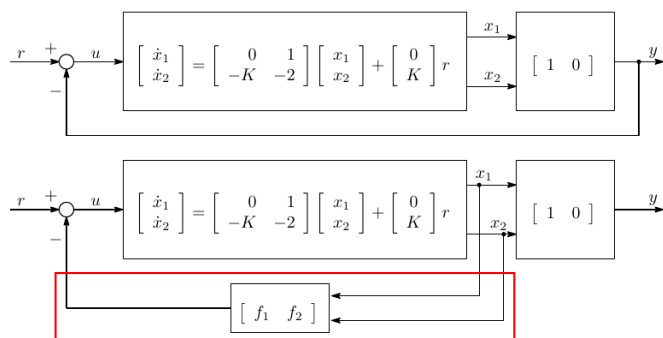
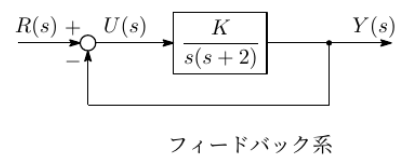
$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -K & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ K \end{bmatrix} u$$

出力フィードバック

$$u = -y$$

状態フィードバック

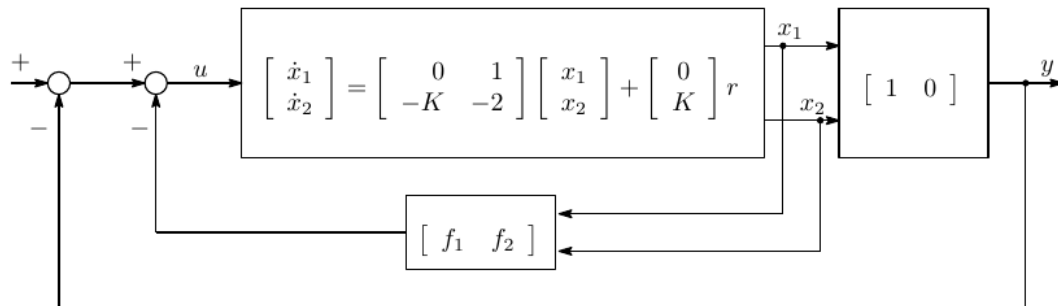
$$u = -(f_1 x_1 + f_2 x_2) = - \begin{bmatrix} f_1 & f_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$



4

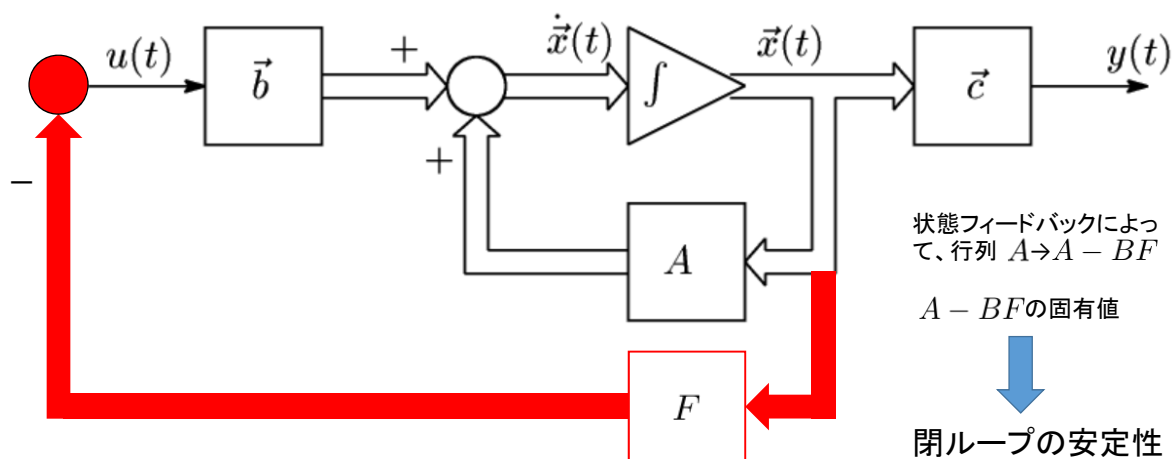
状態フィードバック＋出力フィードバック＝サーボ系

教科書第6章



5

状態フィードバック(レギュレータ)



状態フィードバックによって、行列 $A \rightarrow A - BF$

$A - BF$ の固有値



閉ループの安定性

制御対象: $\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$

状態フィードバック: $\vec{u}(t) = -F\vec{x}(t)$

閉ループ系: $\dot{\vec{x}}(t) = (A - BF)\vec{x}(t)$

定理: 可制御 $\Rightarrow$ 行列 $A-BK$ の固有値は任意の値に指定可能
 $\Rightarrow$ 状態フィードバックによって、制御系は安定に出来る

6

レギュレータの設計: 1入力1出力系

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t)$$

$$u = -\vec{f}\vec{x}(t)$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) - \vec{b}\vec{f}\vec{x}(t)$$

$$\dot{\vec{x}}(t) = (A - \vec{b}\vec{f})\vec{x}(t)$$

$$\vec{f} = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_n]$$

1. 次のことを求める。

(a) 行列 A の特性方程式

$$|sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1$$

(b) 可制御性行列 $U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & \cdots & A^{n-1}\vec{b} \end{bmatrix}$

(c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$

(d) 行列 T の逆行列 T^{-1}

2. 与えられた極 $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_n$ を用いて、 $A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。

$$(s - \mu_1)(s - \mu_2) \cdots (s - \mu_n) = s^n + d_n s^{n-1} + \cdots + d_2 s + d_1$$

3. $\vec{f}$ を求める。

$$\vec{f} = [d_1 - a_1 \quad d_2 - a_2 \quad \cdots \quad d_n - a_n] T^{-1}$$

7

レギュレータの設計: 例題

次のシステムについて極を $\mu_1 = -5, \mu_2 = -6$ に設定するフィードバックベクトル $\vec{f}$ を求めよ。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

(c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$

$$T = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -7 & 1 \\ -2 & 2 \end{bmatrix}$$

(d) 行列 T の逆行列 T^{-1}

1. 設計方法に基づいて計算をする。

(a) 行列 A の特性方程式

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{vmatrix} = s^2 - 7s + 12$$

(b) 可制御性行列

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{bmatrix}$$

2. 極 $\mu_1 = -5, \mu_2 = -6$ を用いて、 $A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。

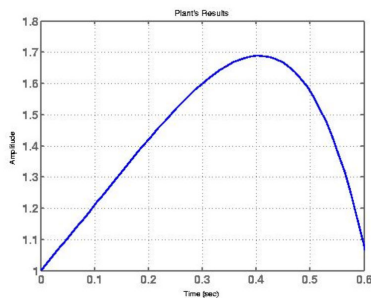
$$(s + 5)(s + 6) = s^2 + 11s + 30$$

3. $\vec{f}$ を求める。

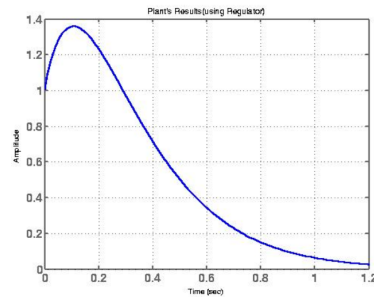
$$\begin{aligned} \vec{f} &= [d_1 - a_1 \quad d_2 - a_2] T^{-1} = [30 - 12 \quad 11 + 7] T^{-1} \\ &= -\frac{1}{12} \begin{bmatrix} 18 & 18 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & -1 \\ 2 & -7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & 12 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

8

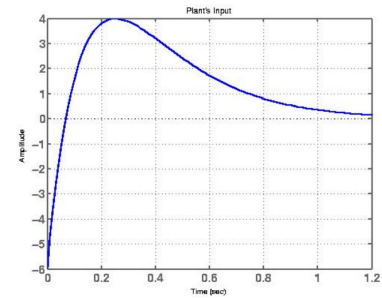
レギュレータの設計: 例題



システム応答(レギュレータなし)



システム応答(レギュレータ)

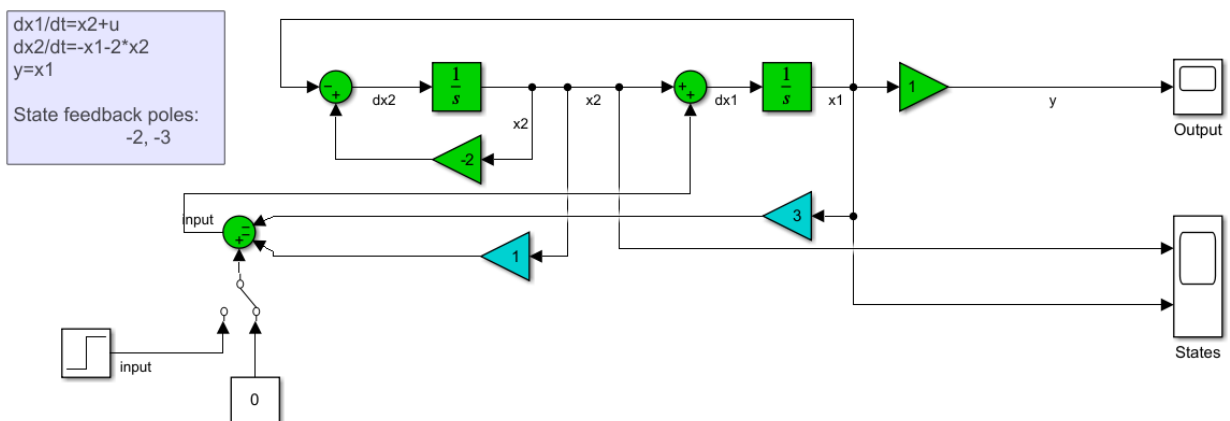


入力信号(レギュレータ)

http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/ にて設計の確認・シミュレーションできる。

9

レギュレータの設計: 例題



10