レギュレータの設計

1. レギュレータとは
2. レギュレータの応用
3. レギュレータの設計

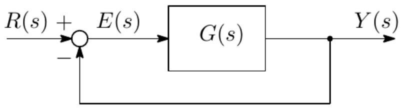
定常応答

$$
\begin{aligned}
\text{偏差}：E(s) &= \frac{1}{1+G(s)}
\end{aligned}
$$

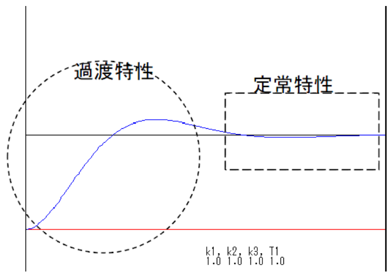
最終値定理：

$$
e(\infty) = \lim_{s\to 0} \frac{s}{1+G(s)} R(s)
$$

定常偏差：$e(\infty) = 0$ が望ましい



フィードバック系



定常偏差の計算:

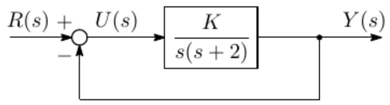
$$
\begin{aligned}
Y(s) &= G(s)E(s) = G(s)(R(s) - Y(s)) \\
E(s) &= \frac{1}{1+G(s)} R(s)
\end{aligned}
$$

2

例題：出力フィードバック

閉ループ制御系： 微分方程式

$\ddot{y}+2\dot{y}=K(r-y)$ $\qquad e\equiv u$



フィードバック系

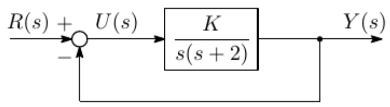
状態変数 $\quad y=x_1,\ \dot{y}=x_2$

$$\begin{cases}\dot{x}_1=x_2\\ \dot{x}_2=-Kx_1-2x_2+Ku\end{cases}$$

状態方程式：$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -K & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ K\end{bmatrix}u$

出力式： $\qquad y=\begin{bmatrix}1 & 0\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

例題：状態フィードバック



フィードバック系

閉ループ制御系： 微分方程式

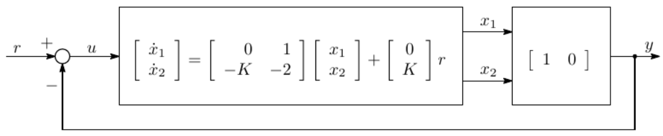
$\ddot{y}+2\dot{y}=K(r-y)$

状態方程式：

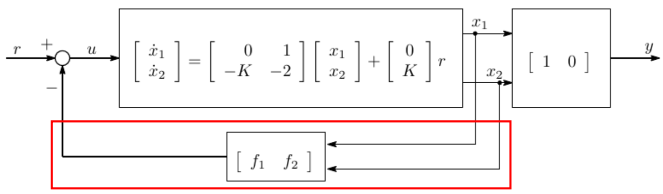
$$\begin{bmatrix}\dot{x}_1\\ \dot{x}_2\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0 & 1\\ -K & -2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\ K\end{bmatrix}u$$

出力フィードバック

$u=-y$



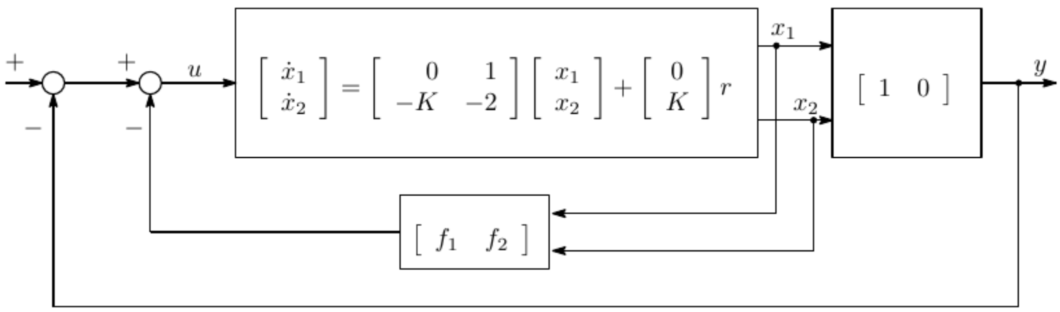
状態フィードバック



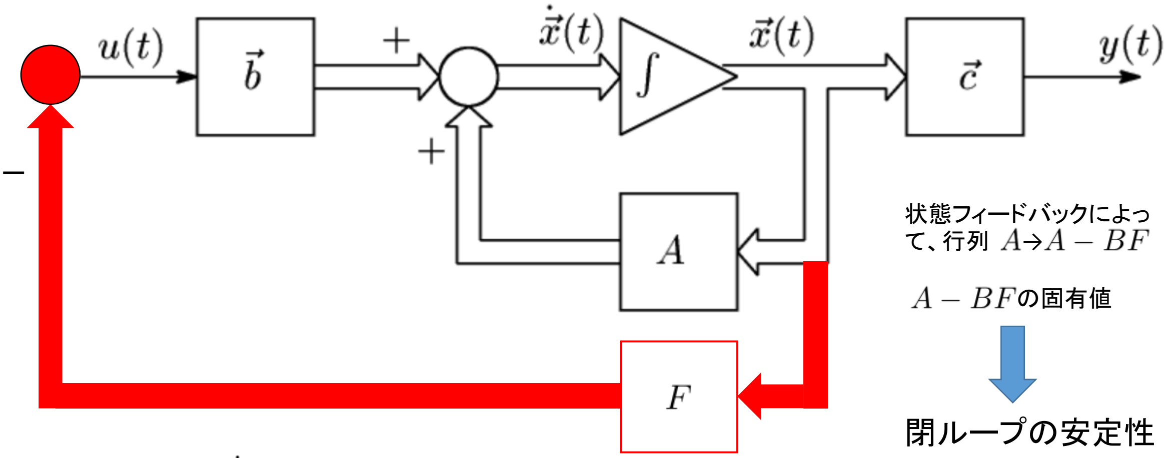
$u=-(f_1x_1+f_2x_2)=-\begin{bmatrix}f_1 & f_2\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1\\ x_2\end{bmatrix}$

状態フィードバック＋出力フィードバック＝サーボ系

教科書第6章



状態フィードバック（レギュレータ）



制御対象：　$\dot{\vec{x}}(t) = A\vec{x}(t) + B\vec{u}(t)$

状態フィードバック：　$\vec{u}(t) = -F\vec{x}(t)$

閉ループ系：　$\boxed{\dot{\vec{x}}(t) = (A-BF)\vec{x}(t)}$

定理：可制御⇒行列A-BKの固有値は任意の値に指定可能
⇒状態フィードバックによって、制御系は安定に出来る

レギュレータの設計：1入力1出力系

$$
\begin{aligned}
\dot{\vec{x}}(t) &= A\vec{x}(t) + \vec{b}u(t) \\
u &= -\vec{f}\vec{x}(t) \\
\dot{\vec{x}}(t) &= A\vec{x}(t) - \vec{b}\vec{f}\vec{x}(t) \\
\dot{\vec{x}}(t) &= (A - \vec{b}\vec{f})\vec{x}(t)
\end{aligned}
$$

$$\vec{f} = \left[\begin{array}{cccc} f_1 & f_2 & \cdots & f_n \end{array}\right]$$

1. 次のことを求める。
   (a) 行列 A の特性方程式
   $$|sI - A| = s^n + a_n s^{n-1} + \cdots + a_2 s + a_1$$
   (b) 可制御性行列 $U_c = \left[\begin{array}{cccc} \vec{b} & A\vec{b} & \cdots & A^{n-1}\vec{b} \end{array}\right]$
   (c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$
   (d) 行列 T の逆行列 T^{-1}
2. 与えられた極 $\mu_1, \mu_2, \ldots, \mu_n$ を用いて、$A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。
   $$(s-\mu_1)(s-\mu_2)\cdots(s-\mu_n) = s^n + d_n s^{n-1} + \cdots + d_2 s + d_1$$
3. $\vec{f}$ を求める。
   $$\vec{f} = \left[\begin{array}{cccc} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 & \cdots & f_n - a_n \end{array}\right] T^{-1}$$

7

レギュレータの設計：例題

次のシステムについて極を $\mu_1 = -5,\ \mu_2 = -6$ に設定するフィードバックベクトル $\vec{f}$を求めよ。

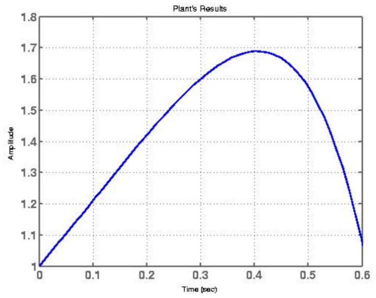
$$
\begin{aligned}
\left[\begin{array}{c} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{array}\right] &= \left[\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ 2 & 5 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array}\right] + \left[\begin{array}{c} 1 \\ 2 \end{array}\right] u \\
y &= \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \end{array}\right]\left[\begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array}\right]
\end{aligned}
$$

1. 設計方法に基づいて計算をする。
   (a) 行列 A の特性方程式
   $$|sI - A| = \left|\begin{array}{cc} s-2 & 1 \\ -2 & s-5 \end{array}\right| = s^2 - 7s + 12$$
   (b) 可制御性行列
   $$U_c = \left[\begin{array}{cc} \vec{b} & A\vec{b} \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{array}\right]$$
   (c) 可制御性準形への変換行列 $T = U_c W$
   $$T = \left[\begin{array}{cc} 1 & 0 \\ 2 & 12 \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc} -7 & 1 \\ 1 & 0 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} -7 & 1 \\ -2 & 2 \end{array}\right]$$
   (d) 行列 T の逆行列 T^{-1}
2. 極 $\mu_1 = -5,\ \mu_2 = -6$ を用いて、$A - \vec{b}\vec{f}$ が満たすべき特性方程式を求める。
   $$(s+5)(s+6) = s^2 + 11s + 30$$
3. $\vec{f}$ を求める。

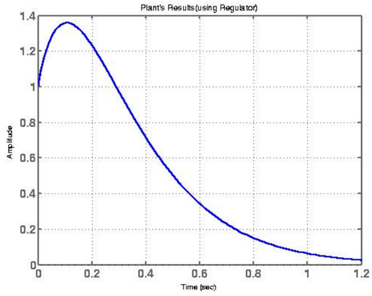
$$
\begin{aligned}
\vec{f} &= \left[\begin{array}{cc} d_1 - a_1 & d_2 - a_2 \end{array}\right] T^{-1} = \left[\begin{array}{cc} 30 - 12 & 11 + 7 \end{array}\right] T^{-1} \\
&= -\frac{1}{12}\left[\begin{array}{cc} 18 & 18 \end{array}\right]\left[\begin{array}{cc} 2 & -1 \\ 2 & -7 \end{array}\right] = \left[\begin{array}{cc} -6 & 12 \end{array}\right]
\end{aligned}
$$

8

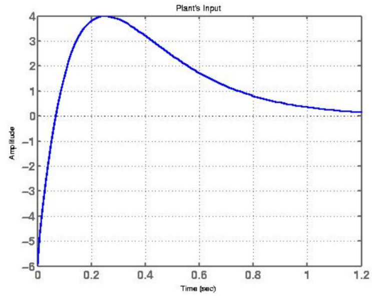
レギュレータの設計：例題



システム応答（レギュレータなし）



システム応答（レギュレータ）



入力信号（レギュレータ）

http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/ にて設計の確認・シミュレーションできる。

レギュレータの設計：例題