演習問題　　平成 16 年 12 月 15 日

次の線形 DE の解を求めよ。

1. $y'' + 3y' - 4y = 10e^x$

2. $y'' + 4y = 8e^{-2x} + 4x^2 + 2, \quad y(0) = 2, \quad y'(0) = 2$

3. $y' - (1 + 3x^{-1})y = x + 2, \quad y(1) = e - 1$

4. $dr \sin\theta = 2r\cos\theta d\theta, \quad r(\pi/4) = -2$

5. $(2\cos y + 4x^2)\,dx = x\sin y\,dy$

6. $y'' + 25y = 5x,\ y(0) = 5, y'(0) = -4.8$

7. 次の微分方程式
$$(2x^3 - xy^2 - 2y + 3)\,dx - (x^2y + 2x)\,dy = 0$$
の一般解を求め、初期条件 $y(1) = -1$ を満たす解を求めよ。また、$1 \le x \le 4$ の範囲で解の概形を図示せよ。

8. １階線形微分方程式
$$y\,dx + (3x - xy + 2)\,dy = 0$$
を解け。(**ヒント：**微分方程式を、$x(y)$ を従属変数として標準形に変形しよう。)

9. $y(x + y + 1)\,dx + x(x + 3y + 2)\,dy = 0$

10. $y''' - y' = 4e^{-x} + 3e^{2x}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = -1, \quad y''(0) = 2$

11. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{1+e^x}$

12. $3x(xy - 2) + (x^3 + 2y)y' = 0 \quad y(1) = -1$

13. $y + (3x - xy + 2)y' = 0$

14. ロンスキアン行列を用いて、次の式が線形独立であるかどうかを調べよ。
$$\begin{aligned} y_1 &= e^x + e^{-2x} \\ y_2 &= e^{2x} - e^x \\ y_3 &= \cosh 2x \end{aligned}$$

15. $x^2y'' + xy' - y = 4x^3e^x, \quad y(0.5) = 14\sqrt{e},\ y'(0.5) = -30\sqrt{e}$

16. $y^{IV} - 5y'' + 4y = 20\cos x, \quad y(0) = 1,\ y'(0) = -6,\ y''(0) = 56$

17. $y'' + 2y' + 2y = 2e^{-x}\sec^3 x, \quad y(0) = 0,\ y'(0) = 0$

18. $y'' - 4y' + 4y = 6 + e^{2x}/x, \quad y(1) = 0,\ y'(1) = e^2 - 3$

19. $x^2y'' + xy' - y = 26, \quad y(0.8) = 0,\ y'(0.8) = -7.5$

20. $y'' + 2y' + y = 4e^{-x}\ln x, \quad y(1) = 0,\ y'(1) = -e^{-1}$