

岡山理科大学大学院
理工学研究科修士課程システム科学専攻
システム制御工学特論 春火3 担当 クルモフ
第2回演習問題 5月19日出題

学生 番号		
氏 名		

提出〆切： 令和8年5月26日(火)

1. 次の伝達関係を表す微分方程式と状態方程式を求めよ。

$$\frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{1}{s^2 + s + 1}$$

$$\begin{aligned} (s^2 + s + 1)Y(s) &= U(s) \\ \ddot{y}(t) + \dot{y}(t) + y(t) &= u(t) \\ x_1(t) &= y(t) \\ x_2(t) &= \dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_2(t) - x_1(t) + u(t) \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

2. 次の微分方程式を表す状態方程式を求めよ。

$$\frac{d^3y}{dt^3} + 7\frac{d^2y}{dt^2} + 19\frac{dy}{dt} + 13y = 13\frac{du}{dt} + 26u$$

$$\begin{aligned} x_1(t) &= y(t) \\ x_2(t) &= \dot{y}(t) = \dot{x}_1(t) \\ x_3(t) &= \ddot{y}(t) = \dot{x}_2(t) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) &= x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -7x_3(t) - 19x_2(t) - 13x_1(t) + 13\dot{u}(t) + 16u(t) \\ \begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ -13 & -19 & -7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t) \\ y(t) &= \begin{bmatrix} 16 & 13 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3. 下の状態方程式、出力方程式で表される系について伝達関数を求めよ。対話型学習システム (http://shiwasu.ee.ous.ac.jp/matweb_cs/) よりステップ応答を求めよ。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & -4 & 0 \\ -3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

次の理由で本システムのシミュレーションが、不可能である。

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & A^2\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -12 & 48 \\ 3 & 0 & 36 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}; \quad \text{rank}(U_c) = 2 \Rightarrow \text{システムは不可制御}$$

$$U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \\ \vec{c}A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -8 & -8 & -3 \\ 56 & 32 & 9 \end{bmatrix}; \quad \text{rank}U_o = 3 \neq 0 \Rightarrow \text{システムは可観測}$$

4. 下の状態方程式、出力方程式で表される系について次の問題を解け。

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1(t) \\ \dot{x}_2(t) \\ \dot{x}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 11 & 18 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & -3 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \\ x_3(t) \end{bmatrix}$$

(a) 可制御性、可観測性を調べよ。

$$U_c = \begin{bmatrix} \vec{b} & A\vec{b} & A^2\vec{b} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix}; \quad |U_c| = -5 \neq 0 \Rightarrow \text{システムは可制御}$$

$$U_o = \begin{bmatrix} \vec{c} \\ \vec{c}A \\ \vec{c}A^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -3 & 11 & 18 \\ 29 & -87 & -90 \end{bmatrix}; \quad |U_o| = -180 \neq 0 \Rightarrow \text{システムは可観測}$$

(b) 同システムを可制御正準形式へ変換せよ。

$$|sI - A| = \begin{vmatrix} s & -11 & -18 \\ -1 & s & 0 \\ -1 & 3 & s+2 \end{vmatrix} = s^3 + 2s^2 - 29s - 22 (= s^2 + a_2s^2 + a_2s + a_1)$$

$$T = U_c W = U_c \begin{bmatrix} a_2 & a_3 & 1 \\ a_3 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 29 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & -5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -29 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \dot{z}_1(t) \\ \dot{z}_2(t) \\ \dot{z}_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 22 & 29 & -2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t)$$

$$y = \vec{c}T = \begin{bmatrix} 1 & -3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0 \\ -3 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -6 & -1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} z_1(t) \\ z_2(t) \\ z_3(t) \end{bmatrix}$$